സെമസ്റ്റർ - 2

പേപ്പർ – 205

ഗണിതം – പഠനവും ബോധനവും (II)

യൂണിറ്റ് 1 - അങ്കഗണിത പഠനം

യൂണിറ്റ് 2 - ജ്യാമിതീയ പഠനം

യൂണിറ്റ് 3 - ബീജഗണിത പഠനം

യൂണിറ്റ് 4 - ദത്തങ്ങളുടെ ഗണിതം

യൂണിറ്റ് 5 - ഗണിതാസ്വാദനം

യൂണിറ്റ് 1

അങ്കഗണിത പഠനം

ആമുഖം

ഗണിതശാസ്ത്രത്തിന്റെ ഒരു ശാഖയായ അങ്കഗണിതം സംഖ്യകളിലധിഷ്ഠിതമാണ്. സംഖ്യകളുടെ തത്വം പ്രതിപാദിക്കുന്ന Arithmetic എന്ന ശാഖയും കണക്കുകൂട്ടുന്ന കല (Art of Calculating) എന്ന ശാഖയും പ്രചാരത്തിലുണ്ടായിരുന്നു. ഇവയിൽ നിന്നും ധാരാളം മാറ്റങ്ങൾ സംഭവിച്ചാണ് Arithmetic എന്ന പദം രൂപപ്പെട്ടത്. പ്രൈമറി ക്ലാസിലെ ഗണിതപഠനത്തിൽ സംഖ്യകളെ വ്യാഖ്യാനിക്കാനും അവയുടെ ക്രിയകൾ ചെയ്യുവാനും (സങ്കലനം, വ്യവകലനം, ഗുണനം, ഹരണം) ഇവ ഉപയോഗപ്പെടുത്തി പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കുവാനും കഴിവു നേടുന്നു. അപ്പർ പ്രൈമറി ക്ലാസിൽ ഇതിന്റെ ഉയർന്ന തലത്തിലുള്ള യുക്തിചിന്ത പ്രയോഗിക്കുന്നതിനുള്ള സംഖ്യാക്രിയകൾ ചെയ്യുവാൻ കഴിവ് നേടേണ്ടതാണ്.

അങ്കഗണിതത്തിലെ എല്ലാ പാഠഭാഗങ്ങളും ദൈനംദിന ജിവതത്തിൽ പ്രയോജനപ്പെടുന്നവയാണ്. ലോവർ പ്രൈമറി ക്ലാസിൽ പതിനായിരം വരെയുള്ള സംഖ്യകൾ ക്രിയ ചെയ്യുവാനുള്ള പരിശീലനമാണ് വേണ്ടത്. അപ്പർ പ്രൈമറി ക്ലാസിൽ ലക്ഷം, പത്തുലക്ഷം, കോടി തുടങ്ങിയ വലിയ സംഖ്യകളും അവയുടെ വിശകലനവും ക്രിയകളും വിവിധ പ്രയോഗിക സന്ദർഭങ്ങളിലൂടെ ബോധ്യപ്പെടണം. കൂടാതെ വിവിധ തരം സംഖ്യകൾ, അവയുടെ പ്രത്യേകതകൾ, ഭിന്നസംഖ്യകൾ, ദശാംശസംഖ്യകൾ, ന്യൂനസംഖ്യകൾ, ശതമാനം, പലിശ, കച്ചവടക്കണക്ക്, അംശബന്ധം, ദൂരം, സമയം, വേഗം, വർഗവും വർഗമൂലവും എന്നീ പാഠഭാഗങ്ങളിലെ ആശയങ്ങളും ധാരണയും അങ്കഗണിതത്തിന്റെ ഭാഗമായി അറിയേണ്ടതുണ്ട്.

ഉള്ളടക്കം

1.1 അങ്കഗണിതം

- അങ്കഗണിതം - എന്ത്?
- അങ്കഗണിതത്തിന് നിത്യജീവിതത്തിലുള്ള സ്ഥാനം
- അങ്കഗണിതത്തിന് മറ്റ് ഗണിത മേഖലകളുമായുള്ള ബന്ധം
- അങ്കഗണിത പഠനസമീപനം

1.2 അങ്കഗണിതത്തിലെ വിവിധ മേഖലകൾ

- വിവിധതരം സംഖ്യകൾ
- സംഖ്യകളും ക്രിയകളും
- ഗുണിതങ്ങളും ഘടകങ്ങളും
- ഭിന്നസംഖ്യകൾ
- ദശാംശസംഖ്യകൾ
- ന്യൂനസംഖ്യകൾ
- വർഗവും വർഗമൂലവും
- ശരാശരി
- ശതമാനം
- പലിശ

- ലാഭവും നഷ്ടവും
- ഡിസ്കൗണ്ട്
- സമയവും ദൂരവും
- അംശബന്ധവും അനുപാതവും

1.3 പ്രൈമറി ക്ലാസുകളിലെ ഗണിത പാഠപുസ്തകങ്ങളുടെ ഉള്ളടക്കത്തിന്റെ വളർച്ച

- അങ്കഗണിത ആശയങ്ങളുടെ സ്പൈറലിങ്.

1.1 അങ്കഗണിതം

അങ്കഗണിതം എന്ത്?

'Arithmos' എന്ന ഗ്രീക്ക് പദത്തിൽനിന്നാണ് Arithmetic (അങ്കഗണിതം) എന്ന ഗണിതശാസ്ത്രപദം രൂപപ്പെട്ടത്. Arithmos എന്നാൽ സംഖ്യകൾ എന്നാണ് ഗ്രീക്ക് ഭാഷയിൽ അർഥമാക്കുന്നത്. എണ്ണൽസംഖ്യകൾ, ഭിന്നസംഖ്യകൾ സംഖ്യകളുടെ വിവിധതരത്തിലുള്ള വ്യാഖ്യാനങ്ങൾ (ശതമാനം, അംശബന്ധം, ദശാംശം തുടങ്ങിയവ) ഇവയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ക്രിയകൾ എന്നിവ ഉൾപ്പെടുന്ന ഗണിതശാസ്ത്ര ശാഖയാണ് അങ്കഗണിതം. അങ്കഗണിതത്തെ ദൈനംദിന ജീവിതവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ഗണിതമെന്ന് പറയാം. ഗണിതത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനം തന്നെ അങ്കഗണിതമാണ്.

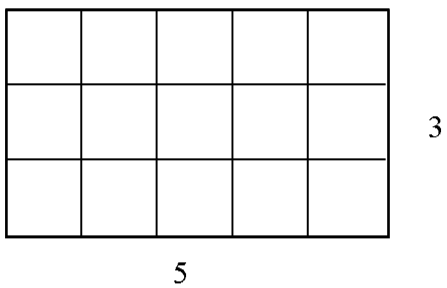
അങ്കഗണിതത്തിന് നിത്യജീവിതത്തിലുള്ള സ്ഥാനം :

ജീവിതത്തിൽ എല്ലാ സന്ദർഭങ്ങളിലും അങ്കഗണിതം ഉപയോഗിക്കുന്നു. സാധനങ്ങൾ വാങ്ങുമ്പോൾ വില്ക്കുമ്പോൾ, യാത്രാവേളകളിൽ, ഭക്ഷണം പാകം ചെയ്യുമ്പോൾ, കാർഷികമേഖലയിൽ, വിവിധ കളികളിലേർപ്പെടുമ്പോൾ, കുടുംബ ബജറ്റിൽ, ബാങ്കിടപാടുകളിൽ, കെട്ടിട നിർമാണത്തിൽ തുടങ്ങിയവയിലെല്ലാം അങ്കഗണിതമാണ് ഉപയോഗപ്പെടുത്തുന്നത്. അങ്കഗണിതം ഉപയോഗപ്പെടുത്തുന്ന നിത്യജീവിതത്തിലെ മറ്റ് സന്ദർഭങ്ങൾ ഏതൊക്കെ?

അങ്കഗണിതത്തിന് മറ്റ് ഗണിതമേഖലകളുമായുള്ള ബന്ധം :

അങ്കഗണിതത്തിലെ പല മേഖലകളും പരസ്പരം ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു. ഉദാഹരണമായി ശതമാനം, പലിശ, ഡിസ്കൗണ്ട്, ലാഭം/നഷ്ടം, ഭിന്നസംഖ്യകൾ, ദശാംശസംഖ്യകൾ, ഇതേപോലെ അങ്കഗണിതത്തിന് ഗണിതത്തിലെ മറ്റ് ശാഖകളുമായും (ബീജഗണിതം, ജ്യാമിതി, സ്ഥിതിവിവരക്കണക്ക്) ബന്ധമുണ്ട്.

ഉദാ. ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് അതിലെ യൂണിറ്റ് സമചതുരങ്ങളുടെ എണ്ണമാണ്.



കൂടുതൽ ഉദാഹരണങ്ങളിൽ നിന്ന് (ആഗമനരീതി) പരപ്പളവ് = നീളം X വീതി എന്ന നിഗമനത്തിലെത്തുന്നു. ഇതിനെ ചുരുക്കി $A = l \times b$ എന്ന ബീജഗണിത വാക്യത്തിലെത്തുന്നു.

നിഗമനരീതിയിലൂടെ ഈ വാക്യം ഉപയോഗിച്ച് വിവിധ പ്രായോഗിക സന്ദർഭങ്ങളിൽ പരപ്പളവ് കണ്ടെത്തുന്നു. ഇവിടെ അങ്കഗണിതം, ജ്യാമിതി, ബീജഗണിതം ഇവയുടെ പരസ്പരബന്ധം ദൃശ്യമാണല്ലോ.

പാഠപുസ്തകത്തിൽ നിന്നും ഇത്തരത്തിൽ ഗണിതത്തിലെ മറ്റ് മേഖലകളുമായി ബന്ധപ്പെടുത്തി ആശയരൂപീകരണം നടത്താവുന്ന സന്ദർഭങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക.

അങ്കഗണിത പഠനസമീപനം

അർത്ഥപൂർണമായ ആശയരൂപീകരണത്തിലൂടെ കുട്ടികളുടെ യുക്തിചിന്ത വികസിപ്പിക്കുന്ന രീതിയിലാണ് ഗണിതപഠന സമീപനം വിഭാവനം ചെയ്തിരിക്കുന്നത്. ഇതേ രീതി തന്നെയാണ് അങ്കഗണിത പഠനത്തിലും സ്വീകരിക്കേണ്ടത്. ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവ പ്രസ്തുത സമീപനം വ്യക്തമാക്കുന്നവയാണ്.

- അങ്കഗണിത ആശയങ്ങൾ ആർജിക്കുന്നത് അനുഭവങ്ങളിലൂടെയാണ്.
- അനുഭവത്തിലൂടെ നേടുന്ന അർത്ഥപൂർണമായ അറിവ് പുതിയ സന്ദർഭങ്ങളിൽ പ്രയോഗിക്കുവാൻ കഴിയുന്നു.
- എന്തു പഠിക്കുന്നു എന്നതിനേക്കാൾ പ്രധാനം എങ്ങനെ പഠിക്കുന്നുവെന്നതാണ്.
- വസ്തുതകളെ ഗണിതാശയങ്ങൾ ഉപയോഗപ്പെടുത്തി അപഗ്രഥിക്കാനും വ്യാഖ്യാനിക്കാനും കഴിയുന്നു.
- ഗണിതാശയങ്ങൾ രൂപീകരിക്കുന്നതിന് ഏറ്റവും അനുയോജ്യമായത് കുട്ടിക്ക് പരിചിതമായ ഒരു പ്രശ്നം അവതരിപ്പിക്കുന്നതാണ്. പ്രശ്നപരിഹരണ രീതിയിലൂടെ ആശയരൂപീകരണം നടക്കുന്നു.
- ഗണിതപ്രശ്നങ്ങൾ വിശകലനം ചെയ്യുന്നതിനും നിർധാരണം ചെയ്യുന്നതിനും പ്രക്രിയാശേഷികളിലൂന്നിയുള്ള പഠനം അവസരമൊരുക്കുന്നു.
- ഊഹിച്ചു പറയാനും മതിച്ചു പറയാനും പ്രവചിക്കാനുമുള്ള ശേഷി (ക്രിയകൾ, അളവുകൾ തുടങ്ങിയവ) ഗണിതപഠനത്തിലൂടെ വികസിപ്പിച്ചെടുക്കേണ്ടത് ആവശ്യമാണ്.
- തുറന്ന ചോദ്യങ്ങളിലൂടെ ഒരു പ്രശ്നത്തെ വ്യത്യസ്തരീതിയിൽ സമീപിക്കുന്നതിനും അപഗ്രഥിക്കുന്നതിനും കഴിയുന്നു.
- ഗണിതചിത്രീകരണം (മനോചിത്രീകരണം ഉൾപ്പെടെ) വഴി അമൂർത്ത ആശയങ്ങളെ മൂർത്തമാക്കുന്നതിനും പ്രശ്നനിർധാരണം എളുപ്പമാക്കുന്നതിനും സാധിക്കുന്നു.
- പരിസരവുമായി ബന്ധപ്പെടുത്തിയുള്ള പ്രശ്നനിർധാരണത്തിലൂടെ കുട്ടികൾക്ക് ഗണിതത്തിൽ താല്പര്യം ഉണ്ടാക്കാനും ആശയരൂപീകരണം ശരിയായ രീതിയിൽ നടപ്പാക്കാനും കഴിയും.
- സാമാന്യവത്കരണത്തിലൂടെ നേടുന്ന അറിവ് പുതിയ സന്ദർഭങ്ങളിൽ പ്രയോഗിക്കുന്നതിന് സാധിക്കുന്നു.
- ചിന്തയുടെ ഗണിതവൽക്കരണം നടക്കണം (കാര്യകാരണബന്ധം കണ്ടെത്തൽ യുക്തി ചിന്തയിലൂടെ)

ഗണിതപഠന സമീപനം

1. പ്രവർത്തനാധിഷ്ഠിതം

ഗണിതപഠനം പ്രവർത്തനങ്ങളിലൂടെയാണ് നടക്കേണ്ടത്. അനുഭവങ്ങളിലൂടെയുള്ള പഠനം ആശയരൂപീകരണത്തിനും കുട്ടിക്കു പഠനത്തിൽ താല്പര്യമുളവാക്കുന്നതിനും സഹായകമാണ്.

പ്രവർത്തനാധിഷ്ഠിത ക്ലാസിൽ

- കുട്ടികൾ ഒറ്റയ്ക്കും സംഘമായും പഠനപ്രശ്നങ്ങൾ വിശകലനം ചെയ്ത് പരിഹാരം കണ്ടെത്തുന്നു.

- എത്തിച്ചേർന്ന നിഗമനങ്ങളുടെ കാരണങ്ങൾ വിശദീകരിക്കുന്നു.
- പഠനപ്രക്രിയയിൽ ഉണ്ടാകുന്ന തെറ്റുകൾ സ്വയം തിരിച്ചറിഞ്ഞ് ശരിയായ രീതി മനസ്സിലാക്കുന്നു.
- പഠനസാമഗ്രികൾ സ്വയം കണ്ടെത്തുന്നു, നിർമിക്കുന്നു.

ക്ലാസിലെ ഏറ്റവും വേഗം കൂടിയ ഓട്ടക്കാരനെ കണ്ടെത്തണം. എങ്ങനെ കണ്ടെത്താൻ കഴിയും?

ഉദാ: മത്സരം നടത്തി വിജയിയെ കണ്ടെത്താൻ അവസരം നൽകുന്നു.

2. പ്രക്രിയാശേഷികൾക്ക് പ്രാധാന്യം

ഗണിതപഠനത്തിൽ ആശയങ്ങൾ രൂപീകരിക്കുമ്പോൾ, രൂപപ്പെടുന്ന ഉല്പന്നത്തെപോലെ പ്രക്രിയയ്ക്കും പ്രാധാന്യമുള്ളതുകൊണ്ട് വ്യത്യസ്ത പ്രക്രിയാശേഷികൾ സാധ്യമാകുന്ന പ്രവർത്തനങ്ങൾ തെരഞ്ഞെടുക്കണം.

ഉദാ: കുട്ടികളുടെ ശരാശരി ഉയരം എന്ന ആശയവുമായി ബന്ധിപ്പിക്കുന്ന പ്രവർത്തനം ക്ലാസിൽ നൽകുന്നു.

നിങ്ങളുടെ ക്ലാസ്സിൽ ആൺകുട്ടികൾക്കാണോ പെൺകുട്ടികൾക്കാണോ ഉയരം കൂടുതൽ? എങ്ങനെ കണ്ടെത്തും?

ക്ലാസിൽ ചർച്ച നടക്കണം.

- ആൺകുട്ടികളും പെൺകുട്ടികളും ഗ്രൂപ്പായിത്തിരിഞ്ഞ് ഓരോരുത്തരുടെയും ഉയരം കണ്ടെത്തി, രേഖപ്പെടുത്തുന്നു.
- ഇതിനായി വ്യത്യസ്ത അളവുപകരണങ്ങളും സങ്കേതങ്ങളും പരിചയപ്പെടുന്നു. ഓരോ ഗ്രൂപ്പിലെയും കുട്ടികളുടെ ആകെ ഉയരത്തെ ഗ്രൂപ്പിലെ കുട്ടികളുടെ എണ്ണം കൊണ്ട് ഹരിക്കുന്നു.
- ക്ലാസിലെ മൊത്തം കുട്ടികളെ പരിഗണിച്ചാൽ ശരാശരി എങ്ങനെ കാണും?
- എല്ലാവരുടെയും ആകെ ഉയരത്തെ എണ്ണം കൊണ്ട് ഹരിക്കണം.
- രണ്ട് ശരാശരികൾ കൂട്ടി 2 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ മതിയാകുമോ എന്നത് ചർച്ചയിൽ ഉണ്ടാകണം.

ആൺകുട്ടികളുടെ ശരാശരി ഉയരവും പെൺകുട്ടികളുടെ ശരാശരി ഉയരവും ക്ലാസ്സിലെ മൊത്തം ശരാശരിയുമായി താരതമ്യം ചെയ്യണം.

- ഈ പ്രശ്നത്തിൽ കുട്ടികളുടെ നിഗമനങ്ങൾ എന്തെല്ലാം?
- ഈ പ്രശ്നത്തിലൂടെ കുട്ടി കടന്നു പോകുന്ന പ്രക്രിയാശേഷികൾ എന്തെല്ലാം?

> നിരീക്ഷിക്കൽ, ഊഹിക്കൽ, അളക്കൽ, താരതമ്യം ചെയ്യൽ, പട്ടികപ്പെടുത്തൽ, ക്രമീകരിക്കൽ, നിഗമനങ്ങൾ രൂപീകരിക്കൽ തുടങ്ങിയവയെല്ലാം പ്രക്രിയാശേഷികളാണ്.

3. പരിസരബന്ധിതം

പഠനം കാര്യക്ഷമമാകുന്നത് ആവശ്യബോധം ഉണ്ടാകുമ്പോഴാണ്. ഇതിനായി കുട്ടിക്ക് പരിചയമുള്ളതും ജീവിത സാഹചര്യങ്ങളുമായി ബന്ധപ്പെട്ടതുമായ പ്രവർത്തനങ്ങളാണ് നൽകേണ്ടത്. നിത്യജീവിതത്തിൽ ഗണിതത്തെ പ്രയോഗിക്കാനും പ്രശ്നപരിഹരണ ശേഷി വികസിപ്പിക്കാനും ഇതിലൂടെ സാധിക്കുന്നു.

ഉദാ: ക്ലാസിലെ കുട്ടികൾ അവരുടെ വീട്ടിലെ ഒരു മാസത്തെ വരവും ചെലവും കണ്ടെത്തി താരതമ്യം ചെയ്യട്ടെ.

4. യുക്ത്യധിഷ്ഠിതം

ഗണിതാശയങ്ങൾ യുക്തിയിലധിഷ്ഠിതമാണ്. ഏതൊരു കാര്യവും കാര്യകാരണ ബന്ധം കണ്ടെത്തി യുക്തിപൂർവ്വം സമർത്ഥിക്കുന്നത് ഗണിതത്തിന്റെ പ്രത്യേകതയാണ്. യുക്തി പൂർവ്വം ചിന്തിക്കുകയും യുക്തി പ്രയോഗിക്കുകയും ചെയ്യുന്നത് ഗണിതപഠനത്തിന് അത്യാവശ്യമായ ഘടകമാണ്.

ഉദാ: 1. "873256" എന്ന സംഖ്യ 3 ന്റെ ഗുണിതമാണോ?

2. 1369 എന്ന സംഖ്യ പൂർണവർഗ്ഗമാണോ? അല്ലെങ്കിൽ എന്തുകൊണ്ട്?

5. പ്രശ്നാപഗ്രഥനം

നിത്യജീവിതത്തിലെ പ്രശ്നങ്ങളെ അഭിമുഖീകരിക്കാനും വിശകലനം ചെയ്ത് തീരുമാനത്തിലെത്താനും ഗണിതപഠനം സഹായിക്കും. ഇതു സാധ്യമാക്കാൻ ഗണിത ക്രിയകൾ യാന്ത്രികമായി അഭ്യസിക്കുക യല്ല, മറിച്ച് പ്രശ്നാപഗ്രഥനത്തിനുള്ള ധാരാളമവസരങ്ങൾ നൽകുകയാണ് ചെയ്യേണ്ടത്. കിട്ടിയിരി ക്കുന്ന പ്രശ്നങ്ങളെ തന്റെ രീതിയിൽ വിശകലനം ചെയ്യുക, അപഗ്രഥിച്ച് നിഗമനത്തിലെത്തുക, വിപുലീകരിക്കുക, പ്രശ്നങ്ങൾ പുതിയതായി രൂപീകരിക്കുക (Problem extension and creation) തുട ങ്ങിയ രീതികൾ അവലംബിക്കുന്നത് പ്രശ്നാപഗ്രഥനശേഷി വളർത്തുന്നതിനു സഹായകമാണ്.

6. ചരിത്രത്തിലൂടെയുള്ള പഠനം

ഗണിതത്തിലെ ആശയങ്ങളുടെ ചരിത്രം അറിയുന്നതിലൂടെ അവയുടെ പഠനത്തിന്റ ആവശ്യകത ബോധ്യപ്പെടുന്നു. ഓരോ കാലഘട്ടത്തിലും ഉണ്ടായ ഗണിത ആശയങ്ങളും അറിവുകളും പിൽക്കാ ലത്ത് അവയിൽ വന്ന മാറ്റങ്ങളും മനസ്സിലാക്കുന്നത് ഗണിതപഠനത്തിന്റെ തന്നെ ഭാഗമാണ്. ലോകത്തെ സൂക്ഷ്മമായും വ്യക്തമായും മനസ്സിലാക്കാനുള്ള മനുഷ്യവർഗ്ഗത്തിന്റെ നിരന്തരമായ അന്വേഷണ മായി ഗണിതത്തെ തിരിച്ചറിയാനും ഈ ചരിത്രപശ്ചാത്തലം സഹായകമാണ്.

7. ഊഹിച്ചു പറയലും മതിച്ചു പറയലും

കൃത്യതയാണ് ഗണിതത്തിന്റെ ഏറ്റവും വലിയ സവിശേഷത. എന്നാൽ നിത്യജീവിതത്തിലെ ഏതൊരു പ്രശ്നനിർധാരണത്തിനും കൃത്യമായ ഒരുത്തരം എന്നതിലുപരി ഏകദേശം എത്ര എന്നു കണ്ടെത്തു ന്നതിന് വളരെ പ്രാധാന്യമുണ്ട്.

ഉദാ:

- 25 അടി നീളവും 12½ അടി വീതിയുമുള്ള ഒരു ഹാളിൽ ഒരു ചതുരശ്ര അടി പരപ്പളവുള്ള എത്ര ടൈലുകൾ പതിക്കേണ്ടി വരും?
- പാഠപുസ്തകത്തിനും യൂണിഫോമിനും കൂടി ആകെ എത്ര രൂപ വേണ്ടിവരും എന്നു കണക്കാ ക്കുന്ന ഒരു കുട്ടി കൃത്യമായി ഒരു ഉത്തരത്തേക്കാൾ ഏകദേശം എത്ര എന്ന ഒരു ഊഹമാണ് നൽകുന്നത്. തന്റെ ക്ലാസിലെ എല്ലാ കുട്ടികൾക്കും കൂടി ഈ ഇനത്തിൽ എത്ര തുകയാണ് സർക്കാർ ചെലവാക്കുന്നത്? ചെലവാക്കുന്ന തുക ഊഹിച്ചുപറയുന്നു.

അതുകൊണ്ട് ഇത്തരത്തിൽ "മതിച്ചു പറയാൻ" അല്ലെങ്കിൽ ബുദ്ധിപരമായ ഒരു ഊഹം നടത്താൻ കുട്ടിക്ക് ധാരാളം അനുഭവങ്ങൾ നൽകണം.

ഗണിതപഠനത്തിൽ മതിച്ചു പറയുന്നതിനുള്ള അവസരങ്ങൾ നൽകുന്നതു കൊണ്ടുള്ള മേന്മകൾ എന്തെല്ലാം?

- ക്രിയകളുടെ ഉത്തരം ഏകദേശം എത്രയെന്ന് കണ്ടെത്താൻ കഴിയുന്നു.
- വിവിധപ്രക്രിയാശേഷികളുടെ വികാസം പ്രശ്നനിർധാരണത്തിന് സഹായകമാകുന്നു.
-
-

പ്രായോഗിക ജീവിതത്തിൽ മതിച്ചുപറയേണ്ട ഏതാനും സന്ദർഭങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക.

8. തുറന്ന ചോദ്യങ്ങൾ (Open ended questions)

ഗണിതപഠനത്തിൽ തുറന്ന ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഏറെ പ്രാധാന്യമാണുള്ളത്. ഒരു ചോദ്യത്തിന് ഒരു ഉത്തരം, ഒരു വഴി എന്നതിൽ നിന്ന് മാറി വ്യത്യസ്ത ഉത്തരങ്ങളും വിവിധതരം വഴികളും ഉള്ളതാണ് തുറന്നചോദ്യങ്ങൾ. ഒരു കുട്ടി തന്നെ വ്യത്യസ്തമായ രീതിയിൽ ഉത്തരം കണ്ടെത്തുക വഴി വിവ്രജന ചിന്ത (divergent thinking) യ്ക്ക് വഴിയൊരുക്കുന്നു. വ്യത്യസ്ത വഴികൾ അന്വേഷിക്കൽ, ക്രിയാശേഷി തുടങ്ങിയ പ്രക്രിയാശേഷികൾ വികസിക്കുന്നു.

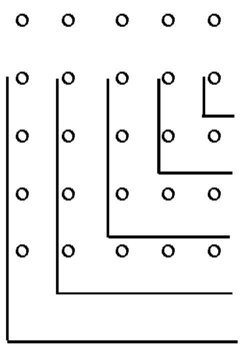
ഉദാ:
- തുടർച്ചയായ 7 സംഖ്യകളുടെ തുക കണ്ടെത്തി അതിന് ശരാശരിയുമായുള്ള ബന്ധം കണ്ടെത്തുക.
- 30 ശരാശരി വരുന്ന സംഖ്യകളുടെ കൂട്ടങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക.
- നിങ്ങളുടെ വീട്ടിലെ ഒരു മാസത്തെ വരുമാനം എത്രയാണ്? ഇതിന് അനുയോജ്യമായ രീതിയിൽ ഒരു മാസത്തെ കുടുംബ ബഡ്ജറ്റ് തയാറാക്കുക.

പാഠപുസ്തകത്തിലെ വിവിധ പഠനനേട്ടങ്ങളുമായി ബന്ധപ്പെടുത്തി കൂടുതൽ തുറന്ന ചോദ്യങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക.

9. ഗണിത ചിത്രീകരണം (ദൃശ്യവത്കരണം - visualisation)

ഗണിതാശയ രൂപീകരണത്തിന് സഹായകമായ ഒന്നാണ് ചിത്രീകരണം. തന്നിരിക്കുന്ന വിവരങ്ങളെ പട്ടികപ്പെടുത്തുക, അവയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ഗ്രാഫ് വരക്കുക തുടങ്ങിയവയിലൂടെ വിവരങ്ങളെ വിശകലനം ചെയ്യാനും വ്യാഖ്യാനിക്കാനും എളുപ്പമാണ്. സങ്കീർണ്ണമായ എല്ലാ ഗണിത പ്രശ്നങ്ങളുടെയും അപഗ്രഥനത്തിന് ഇത്തരത്തിലുള്ള ചിത്രീകരണം വളരെ സഹായകമാണ്.

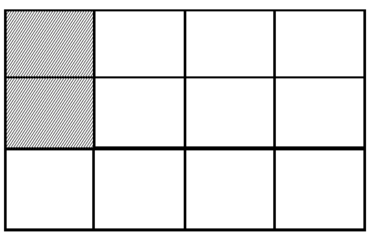
1.



$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 5 \times 5 = 5^2$$

2.

$\frac{2}{3}$ ന്റെ $\frac{1}{4}$ ഭാഗം



$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

OHB ഷീറ്റിന്റെ ഉപയോഗത്തിലൂടെയുള്ള വ്യാഖ്യാനം

വിവിധ മോഡലുകൾ, ഡിജിറ്റൽ ഇമേജിങ് തുടങ്ങിയ മറ്റു ചിത്രീകരണ രീതികൾക്കും അനുയോജ്യമായ ഉദാഹരണങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക.

10. സാമാന്യവത്കരണം (Generalisation)

കുട്ടി നേടുന്ന ഗണിതാശയങ്ങൾ പുതിയ സന്ദർഭങ്ങളിൽ പ്രയോഗിക്കാൻ സാമാന്യവത്കരണം നടക്കേണ്ടതുണ്ട്. കുട്ടിക്ക് പരിചിതമായ സമാനസ്വഭാവമുള്ള ഉദാഹരണങ്ങൾ കണ്ടെത്തി, അവ താരതമ്യം ചെയ്ത് പൊതുവായ ധാരണകളിലെത്തിച്ചേരുമ്പോഴാണ് സാമാന്യവൽക്കരണം നടക്കുന്നത്. അങ്കഗണിതപഠനത്തിൽ ഏറെയും നിഗമനങ്ങൾ രൂപീകരിക്കുന്നത് സാമാന്യവത്കരണത്തിലൂടെയാണ്. അതുകൊണ്ട് ഗണിതപഠനത്തിൽ സാമാന്യവത്കരണത്തിനുള്ള സാധ്യതകൾ പ്രയോജനപ്പെടുത്തണം.

ഉദാ:

1 തുടർച്ചയായ 3 എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ ശരാശരി മധ്യത്തിലുള്ള സംഖ്യയാണ്

2. രണ്ടു സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം അവയുടെ ചെറുപൊതുഗുണിതത്തിന്റെയും വൻപൊതുഘടകത്തിന്റെയും ഗുണനഫലത്തിന് തുല്യമാണ്.

1.2 അങ്കഗണിതത്തിലെ വിവിധ മേഖലകൾ

വിവിധതരം സംഖ്യകൾ :

അഭാജ്യസംഖ്യകൾ (Prime numbers)

"ഒന്നും അതേ സംഖ്യയും അല്ലാത്ത മറ്റൊരു സംഖ്യ കൊണ്ടും പൂർണമായി ഹരിക്കാൻ കഴിയാത്ത സംഖ്യകളാണ് അഭാജ്യസംഖ്യകൾ."

മറ്റൊരു രീതിയിൽ പറഞ്ഞാൽ ഒന്നും

അതേ സംഖ്യയും മാത്രം ഘടകങ്ങളായി

വരുന്ന സംഖ്യയാണ് അഭാജ്യസംഖ്യ.

100 താഴെയുള്ള അഭാജ്യ സംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തു.

ഉദാ:- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19...........

അഭാജ്യസംഖ്യകളെക്കുറിച്ചുള്ള പഠനത്തിന് ഏറെ പഴക്കമുണ്ട്. പുരാതന ഗ്രീക്കുകാരിൽ നിന്നും തുടങ്ങി ഇന്നോളം ആ പഠനപ്രക്രിയ തുടരുന്നു. അഭാജ്യസംഖ്യകളെ പൊതുവെ നിർവചിക്കുന്നതിനും അതിനൊരു പൊതുരൂപം കണ്ടെത്തുന്നതിനും പൊതുവെ അംഗീകരിച്ചിരിക്കുന്നത് ഫ്രഞ്ച് ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞനായ ഫെർമയുടെ ആശയമാണ്.

ഭാജ്യസംഖ്യകൾ (Composite Numbers)

ഒന്നും, അഭാജ്യസംഖ്യകളും ഒഴികെയുള്ള സംഖ്യകളാണ് ഭാജ്യസംഖ്യകൾ. അവയ്ക്ക് രണ്ടിലധികം ഘടകങ്ങളുണ്ട്.

100 ൽ താഴെയുള്ള ഭാജ്യസംഖ്യകൾ എതെല്ലാമായിരിക്കും ?

സംഖ്യകളുടെ അരിപ്പ

അഭാജ്യസംഖ്യകൾ കണ്ടെത്താൻ ക്രിസ്തുവിന് മുമ്പ് ജീവിച്ചിരുന്ന ഇറാത്തോസ്തെനീസ് ആണ് ഒരു മാർഗം കണ്ടെത്തിയത്. 50 നു താഴെയുള്ള അഭാജ്യസംഖ്യകൾ കാണുന്നതിനുള്ള ഒരു മാർഗ്ഗം ഇതാണ്.

- 1 മുതൽ 50 വരെ തുടർച്ചയായി സംഖ്യകൾ എഴുതുക.
- 1 ന്റെ ഗുണിതമാണ് തുടർന്നു വരുന്ന എല്ലാ സംഖ്യകളും, അതിനാൽ 1 പരിഗണിക്കുന്നില്ല.

- ആദ്യം കാണുന്ന ഓരോ സംഖ്യയും നിലനിർത്തി അതിന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ ഒഴിവാക്കുന്നു.
- ശേഷിക്കുന്ന സംഖ്യകൾ അഭാജ്യസംഖ്യകളാണ്.

സുഹൃദ്സംഖ്യകൾ (Amicable numbers)

220 ന്റെ ഘടകങ്ങൾ, 1, 2, 3, 4, 5, 10, 11 20, 22, 44, 55, 110, 220 എന്നിവയാണ്. ഇവയിൽ 220 ഒഴികെ ബാക്കിയുള്ളവയുടെ തുക 284 ആണ്.

284 ന്റെ ഘടകങ്ങൾ 1, 2, 4, 71, 142, 284 എന്നിവയാണ്. ഇവയിൽ 284 ഒഴികെ ബാക്കിയുള്ളവയുടെ തുക 220 ആണ്.

ഇത്തരം പ്രത്യേകതയുള്ള ഒരു ജോടി സംഖ്യകളാണ് സുഹൃദ്സംഖ്യകൾ

മറ്റൊരു ജോഡി സുഹൃദ്സംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തുക.

സമൂഹസംഖ്യകൾ

12496 ന്, ആ സംഖ്യ ഒഴികെയുള്ള ഘടകങ്ങളുടെ തുകയാണ് 14288. അതിന്റെ ഇതുപോലുള്ള ഘടകങ്ങളുടെ തുക 15472 അതിന്റെ ഘടകങ്ങളുടെ തുക 14536. അതിന്റെ ഘടകങ്ങളുടെ തുക 14264 അവസാനമായി 14264 ന്റെ ഘടകങ്ങളുടെ തുക 12496 ഉം ആണ്. ഇത്തരം പ്രത്യേകതകളുള്ള സംഖ്യകളാണ് സമൂഹസംഖ്യകൾ.

'n' എന്ന എണ്ണൽസംഖ്യയുടെ 'n' ഒഴികെയുള്ള ഘടകങ്ങളുടെ തുകയെ S(n) എന്നെഴുതി യാൽ

S (12496) = 14288

S (14288) = 15472

S (15472) = 14536

S (14536) = 14264

S (14264) = 12496

അനഘസംഖ്യകൾ (Perfect numbers)

6 ഒഴികെയുള്ള 6 ന്റെ ഘടകങ്ങളുടെ തുക 6 ആണ് (1 +2 + 3). ഈ പ്രത്യേകതയുള്ള എല്ലാ സംഖ്യകളെയും അനഘസംഖ്യകൾ (Perfect numbers) എന്നാണ് വിളിക്കുന്നത്.

50 ൽ കുറവായ എണ്ണൽ സംഖ്യകളിൽ അനഘസംഖ്യയായി 28 കൂടി മാത്രമെ ഉള്ളു. ഇതു കഴിഞ്ഞാൽ അടുത്ത അനഘസംഖ്യ 496 ആണ്.

ഗണിതശാസ്ത്ര ക്ലബ്ബിൽ വിവിധതരം സംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തി അവയുടെ ശേഖരം തയാറാക്കു.

സംഖ്യകളും ക്രിയകളും

1 മുതൽ 8 വരെ ക്ലാസുകളിലെ സംഖ്യകളും അവയുടെ ക്രിയകളുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ആശയങ്ങൾക്കുമാണ് ഇവിടെ ഊന്നൽ നൽകേണ്ടത്.

ഗുണിതങ്ങൾ, സമചതുരസംഖ്യകൾ, ത്രികോണസംഖ്യകൾ, വർഗവും വർഗമൂലവും, ഭിന്നസംഖ്യകൾ, ദശാംശസംഖ്യകൾ, ന്യൂനസംഖ്യകൾ എന്നിവ ഇവിടെ പരിഗണിക്കാം.

ഗുണിതങ്ങൾ

ഒരു പ്രശ്നം അവതരിപ്പിക്കുന്നു.

രാജീവും സജീവും താജുദ്ദീനും പാൽ അളന്നു മാറ്റുന്ന പ്രവർത്തനത്തിലാണ്. ഇവരുടെ കൈയ്യിൽ യഥാക്രമം 2 ലിററർ, 3 ലിറ്റർ, 4 ലിറ്റർ കൊള്ളുന്ന അളവുപാത്രങ്ങളുണ്ട്. എങ്കിൽ ഓരോരുത്തർക്കും ഏതെല്ലാം അളവിൽ പാൽ വിതരണം ചെയ്യാൻ സാധിക്കും?

ഓരോരുത്തരുടെയും കയ്യിലുള്ള അളവുപാത്രങ്ങൾ 2 ലിറ്റർ, 3 ലിറ്റർ, 4 ലിറ്റർ ആണ്.

രാജീവിന് അളന്നെടുക്കാൻ കഴിയുന്ന പാലിന്റെ അളവുകൾ യഥാക്രമം 2 ലിറ്റർ, 4 ലിറ്റർ, 6 ലിറ്റർ........

സജീവന് അളന്നെടുക്കാൻ കഴിയുന്ന പാലിന്റെ അളവുകൾ യഥാക്രമം 3 ലിറ്റർ, 6 ലിറ്റർ, 9 ലിറ്റർ.....

താജുദിന് അളന്നെടുക്കാൻ കഴിയുന്ന പാലിന്റെ അളവുകൾ യഥാക്രമം 4 ലിറ്റർ, 8 ലിറ്റർ, 12 ലിറ്റർ..........

കിട്ടിയ അളവുകൾ പട്ടികയാക്കുന്നു.

പേര്	അളന്നെടുത്ത അളവുകൾ
രാജീവ്	2 ലിറ്റർ, 4 ലിറ്റർ, 6 ലിറ്റർ ....
സജീവ്	3 ലിറ്റർ, 6 ലിറ്റർ, 9 ലിറ്റർ, 12 ലിറ്റർ.......
താജുദ്ദീൻ	4 ലിറ്റർ, 8 ലിറ്റർ, 12 ലിറ്റർ, 16 ലിറ്റർ ....

അളന്നെടുത്ത പാലിന്റെ അളവുകളുടെ പ്രത്യേകതകൾ എന്തെല്ലാം ?

2 ലിറ്റർ. 4 ലിറ്റർ, 6 ലിറ്റർ, 8 ലിറ്റർ ....

3 ലിറ്റർ, 6 ലിറ്റർ, 9 ലിറ്റർ, 12 ലിറ്റർ ....

4 ലിറ്റർ, 8 ലിറ്റർ, 12 ലിറ്റർ, 16 ലിറ്റർ ....

2, 4, 6, 8 .... എന്ന സംഖ്യാക്രമത്തിൽ 2 നോട് 2 വീതം തുടർച്ചയായി കൂട്ടിക്കിട്ടുന്ന സംഖ്യകളാണ്.

മറ്റൊരു വിധത്തിൽ പറഞ്ഞാൽ 1, 2, 3, ... സംഖ്യകളെ 2 കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന സംഖ്യകളാണ്.

2, 4, 6, 8 .... തുടങ്ങിയ സംഖ്യകളെല്ലാം 2 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളാണ്.

ഇതേ പ്രകാരം

3, 6, 9, 12 .... തുടങ്ങിയ സംഖ്യകളെല്ലാം 3 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളാണ്.

4, 8, 12, 16 .... തുടങ്ങിയ സംഖ്യകളെല്ലാം 4 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളാണ്.

ഒരു സംഖ്യയുടെ ഗുണിതം എങ്ങനെ കണ്ടെത്താം. കിട്ടിയ സംഖ്യകൾ പരിശോധിക്കുന്നു, വിശകലനം ചെയ്യുന്നു, സമാന്യവത്കരണം നടത്തുന്നു.

ഏതൊരു സംഖ്യയുടെയും ഗുണിതങ്ങൾ കണ്ടെത്തുന്നതിന് എണ്ണൽസംഖ്യകൾ കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ മതി എന്ന് സാമാന്യവത്കരണ പ്രക്രിയയിലൂടെ ബോധ്യപ്പെടുന്നു.

$2 = 1 \times 2$	$3 = 1 \times 3$	$4 = 1 \times 4$
$4 = 2 \times 2$	$6 = 2 \times 3$	$8 = 2 \times 4$
$6 = 3 \times 2$	$9 = 3 \times 3$	$12 = 3 \times 4$
$8 = 4 \times 2$	$12 = 4 \times 3$	$16 = 4 \times 4$
....	....	....
....	....	....

ഈ ഗുണനവസ്തുതകളുടെ മറ്റു പ്രത്യേകതകൾ എന്തെല്ലാം?

- എല്ലാ സംഖ്യകളും ഒന്നിന്റെ ഗുണിതങ്ങളാണ്.
- ഏതു സംഖ്യയുടെയും ഏറ്റവും ചെറിയ ഗുണിതം ആ സംഖ്യ തന്നെയാണ്.
- ഒരേ സംഖ്യതന്നെ ഒന്നിലധികം സംഖ്യകളുടെ ഗുണിതമായി വരുന്നു.
-
-

2 ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ 2, 4, 6, 8, 10, 12, ...

3 ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ 3, 6, 9, 12, 15, 18, ...

4 ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ 4, 8, 12, 16, 20 ....

ഗുണിതങ്ങളുമായി ബന്ധപ്പെട്ട വ്യത്യസ്ത പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ കണ്ടെത്തി വിശകലനം ചെയ്യൂ.

മറ്റൊരു പ്രശ്നം

സ്കൂൾ ലൈബ്രറിയിൽ നിന്ന് VI A യിലെ കുട്ടികൾക്ക് ഓരോ 4 ദിവസം കൂടുമ്പോൾ ക്ലാസ് ലൈബ്രറിയിലേക്ക് പുസ്തകം വിതരണം ചെയ്യുന്നു. VI B യിലെ കുട്ടികൾക്ക് ഓരോ 8 ദിവസം കൂടുമ്പോൾ ക്ലാസ് ലൈബ്രറിയിലേക്ക് പുസ്തകം നൽകുന്നു. എന്നാൽ രണ്ടു ക്ലാസിലേയും കുട്ടികൾ ഒരുമിച്ചു പുസ്തകം നൽകുന്നത് എത്രാമത്തെ ദിവസമാണ്.

4, 8, 12, 16, 20, 24 ....

8, 16, 24, 32, ...

രണ്ടു ക്ലാസിലെയും കുട്ടികൾക്ക് ഒരുമിച്ച് പുസ്തകം കൊടുക്കുന്ന ദിവസങ്ങൾ 8-ാമത്തെയും 16-ാമത്തെയും 24-ാമത്തെയും ദിവസങ്ങളിലാണല്ലോ.

അതായത് 8, 16, 24. .... എന്നീ സംഖ്യകളെ 4 ന്റെയും 8 ന്റെയും പൊതുഗുണിതങ്ങൾ (common multiples) ആയി പരിഗണിക്കുന്നു.

ഇവയിൽ ഏറ്റവും ചെറുത് '8' ആയതിനാൽ 4 ന്റെയും 8 ന്റെയും പൊതുഗുണിതങ്ങളിൽ ഏറ്റവും ചെറുതായ '8' നെ ചെറുപൊതുഗുണിതം (Least Common Multiple) എന്നാണ് വിളിക്കുന്നത്.

ശോഭയും മിനിയും ലതയും ചങ്ങാതിമാരാണ്. പൂക്കളം ഒരുക്കുന്നതാണ് ഇവരുടെ ഹോബി. പൂക്കൾ പറിക്കാൻ മൂന്നുപേരും തീരുമാനിച്ചു. ശോഭ ഓരോ 2 ദിവസം കൂടുമ്പോൾ മാത്രമെ പൂവ് പറിക്കാൻ പോകുകയുള്ളു. മിനി ഓരോ മൂന്നു ദിവസം കൂടുമ്പോൾ പൂവ് പറിക്കാൻ പോകും. ലത 5 ദിവസം കൂടുമ്പോൾ മാത്രമെ പൂവ് പറിക്കാൻ പോകുമായിരുന്നുള്ളു. ഇന്ന് അവർ ഒരുമിച്ചാണ് പൂവ് പറിച്ചത്. എന്നാൽ ശോഭയും മിനിയും ലതയും ഒരുമിച്ചു കാണുന്ന ഏറ്റവും അടുത്ത ദിവസം ഏതാണ്.

നിത്യജീവിതത്തിൽ ചെറുപൊതുഗുണിതം ഉപയോഗിക്കേണ്ടി വരുന്ന വ്യത്യസ്ത സന്ദർഭങ്ങൾ കണ്ടെത്തി എഴുതുക.

ഏതാനും സംഖ്യകൾ തെരഞ്ഞെടുത്ത് പൊതുഗുണിതങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക. വിശകലനം നടത്തി, ചെറുപൊതുഗുണിതം എന്ന ആശയധാരണ ഉറപ്പിക്കാം.

ഗുണിതങ്ങളുമായി ബന്ധപ്പെട്ട് ധാരാളം പ്രത്യേകതകൾ ഉണ്ട്. പരിശോധിച്ചു നോക്കാം.

19 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളുടെ പ്രത്യേകത

ഗുണനഫലം	സംഖ്യയിലെ അക്കങ്ങളുടെ തുക	ഗുണനഫലത്തിലെ അക്കങ്ങളുടെ തുക
19 x 27 = 513	27→ 2+7 = 9	513→5+1+3 = 9
19 x 354 = 6726	354→3+5+4 = 12, 1+2 = 3	6726 →6+7+2+6 = 21, 2+1 = 3
19 x 432 = 8208	432→4+3+2 = 9	8208→8+2+0+8 = 18, 1+8=9

ഈ ഉദാഹരണത്തിലൂടെ എത്തിച്ചേരുന്ന സാമാന്യവത്കരണ പ്രക്രിയ എന്താണ്. (സംഖ്യയിലെ അക്കങ്ങളുടെ തുകയും ഗുണന ഫലത്തിലെ അക്കങ്ങളുടെ തുകയും തുല്യമാണ്).

19 അല്ലാതെ ഇതേ പ്രത്യേകതയുള്ള മറ്റു സംഖ്യകളുമുണ്ട്. കണ്ടെത്തുമല്ലോ.

ഘടകങ്ങൾ

4 ന്റെ ഗുണിതമാണ് 8. ഇതിനെ മറ്റൊരു രീതിയിൽ പറഞ്ഞാൽ 8 ന്റെ ഘടകമാണ് 4. ഗുണന വസ്തുതകൾ ഉപയോഗിച്ച് ഘടകങ്ങൾ കണ്ടെത്താം.

5 x 2 = 10 ആയതിനാൽ 10 ന്റെ ഘടകങ്ങളാണ് 2 ഉം 5 ഉം, 10 നെ 10 x 1 എന്നും എഴുതാമല്ലോ.

ഒരു സംഖ്യയുടെ ഘടകങ്ങളുടെ പ്രത്യേകതകൾ എന്തെല്ലാം?

- 1 ഉം അതേ സംഖ്യയും ഏതൊരു സംഖ്യയുടെയും ഘടകമായിരിക്കും.
- 2 ഘടകമായി വരുന്ന സംഖ്യകൾ ഇരട്ടസംഖ്യകളായിരിക്കും. അതായത് ഇരട്ടസംഖ്യയുടെ അക്കങ്ങളുടെ സ്ഥാനത്ത് 2, 4, 6, 8, 0 എന്നീ അക്കങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലുമായിരിക്കും.
- 10 ഘടകമായി വരുന്ന സംഖ്യകളുടെ ഒന്നിന്റെ സ്ഥാനത്ത് പൂജ്യമായിരിക്കും.
- 5 ഘടകമായി വരുന്ന സംഖ്യകളുടെ ഒന്നിന്റെ സ്ഥാനത്ത് 5, 0 എന്നീ അക്കങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലുമായിരിക്കും.
- 3 ഘടകമായി വരുന്ന സംഖ്യകളുടെയെല്ലാം അക്കത്തുക 3 ന്റെ ഗുണിതമായിരിക്കും.
- 9 ഘടകമായി വരുന്ന സംഖ്യകളുടെയെല്ലാം അക്കത്തുക 9 ആയിരിക്കും.

ഒരു സംഖ്യയെ മറ്റൊരു സംഖ്യകൊണ്ട് നിശേഷം ഹരിക്കാമോ എന്ന് എങ്ങനെ പരിശോധിക്കാം?

18 മഞ്ചാടി ഏതൊക്കെ രീതിയിൽ വരിയായും നിരയായും ക്രമീകരിക്കാം

ഉദാ:-

O O O O O O O O O

O O O O O O O O O   2 x 9 = 18

മറ്റേതെല്ലാം രീതിയിൽ ക്രമീകരിക്കാം? എത്ര രീതികൾ?

17 മഞ്ചാടി ആണെങ്കിൽ, ചതുരാകൃതിയിൽ ക്രമീകരിക്കാൻ കഴിയുമോ? എന്തുകൊണ്ട്?

ഇങ്ങനെ ചതുരാകൃതിയിൽ ക്രമീകരിക്കാൻ കഴിയാത്തത് മഞ്ചാടികളുടെ എണ്ണം എത്ര ആകുമ്പോഴാണ്?

50 ൽ താഴെ മഞ്ചാടികൾ ഉപയോഗിച്ചാണ് ഈ പ്രവർത്തനം ആവർത്തിക്കുന്നതെങ്കിൽ ഏതെല്ലാം എണ്ണം വരുമ്പോഴാണ് ചതുരാകൃതിയിൽ ക്രമീകരിക്കാൻ കഴിയാത്തത്?

ഇത്തരം സംഖ്യകളുടെ പ്രത്യേകത എന്താണ്?

ഏതൊക്കെ സംഖ്യകൾക്കാണ്, ഘടകങ്ങളുടെ എണ്ണം ഒറ്റസംഖ്യ ആകുന്നത്? എന്തുകൊണ്ട്?

"73458" എന്ന സംഖ്യ പരിഗണിക്കുക. ഈ സംഖ്യയെ ഏതൊക്കെ സംഖ്യകൾ കൊണ്ട് നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാം?

2, 3, 4, 5, 6, 9 എന്നീ സംഖ്യകൾകൊണ്ട് നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാമോ എന്ന് കണ്ടെത്താനുള്ള മാർഗങ്ങൾ എന്ത്? ഇവിടെ വിവിധ മാർഗങ്ങൾ കണ്ടെത്താൻ ഉപയോഗിച്ച പഠന തന്ത്രങ്ങൾ ഏതെല്ലാം?

8 ന്റെ ഗുണിതം

100 നെ 4 കൊണ്ട് നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാവുന്നതുകൊണ്ട് ഒരു സംഖ്യ 4 ന്റെ ഗുണിതമാണോ എന്ന് നോക്കാൻ ആ സംഖ്യയുടെ അവസാനത്തെ രണ്ടക്കങ്ങൾ ചേർന്നുണ്ടാകുന്ന സംഖ്യ 4 ന്റെ ഗുണിതമാണോ എന്നു നോക്കിയാൽ മതി.

എന്നാൽ ഒരു സംഖ്യ 8 ന്റെ ഗുണിതമാണോ എന്നു നോക്കാൻ ആ സംഖ്യയുടെ അവസാനത്തെ 3 അക്കങ്ങൾ ചേർന്നുണ്ടാകുന്ന സംഖ്യ 8 ന്റെ ഗുണിതമാണോ എന്നു നോക്കിയാൽ മതി.

11 ന്റെ ഗുണിതം

സംഖ്യയുടെ, ഒന്നിടവിട്ടുള്ള അക്കങ്ങളുടെ തുകകൾ കണ്ടു പിടിക്കുക. ഇവയുടെ വ്യത്യാസം, പൂജ്യമോ, അല്ലെങ്കിൽ 11 ന്റെ ഗുണിതമോ ആണെങ്കിൽ ആ സംഖ്യയെ 11 കൊണ്ട് നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാം.

ഉദാ:-

1. 65437 9 എന്ന സംഖ്യയിൽ ഒന്നിടവിട്ടുള്ള അക്കങ്ങളുടെ തുക

   $6 + 4 + 7 = 17$

   $5 + 3 + 9 = 17$

   $17 - 17 = 0$

   വ്യത്യാസം '0' ആയതുകൊണ്ട് 11 ന്റെ ഗുണിതമാണ്.

2. 5432526 എന്ന സംഖ്യയിൽ ഒന്നിടവിട്ടുള്ള അക്കങ്ങളുടെ തുക

   $5 + 3 + 5 + 6 = 19$

   $4 + 2 + 2 = 8$

   വ്യത്യാസം '11' ആയതുകൊണ്ട് 11 ന്റെ ഗുണിതമാണ്.

"ഗുണിതങ്ങളും, ഘടകങ്ങളും" ആയി ബന്ധപ്പെട്ട് നേടേണ്ട ശേഷികൾ ഫ്ളോചാർട്ടായി ചുവടെ ചേർക്കുന്നു.

സംഖ്യകളുടെ പൊതുഗുണിതങ്ങൾ തിരിച്ചറിയാനും വിശദീകരിക്കാനും കഴിയുന്നു.

↓

സംഖ്യകളുടെ പൊതുഘടകങ്ങൾ തിരിച്ചറിയാനും വിശദീകരിക്കാനും കഴിയുന്നു.

↓

പൊതുഗുണിതങ്ങൾ, പൊതുഘടകങ്ങൾ എന്നിവയുടെ പ്രത്യേകതകൾ ഉപയോഗിച്ച് പ്രശ്നപരിഹാരം നടത്തുന്നു.

↓

സംഖ്യകളുടെ ഘടകങ്ങളുടെ പ്രത്യേകതയെ അടിസ്ഥാനമാക്കി ഭാജ്യസംഖ്യകൾ, അഭാജ്യസംഖ്യകൾ, എന്നിങ്ങനെ തരംതിരിക്കുന്നു.

↓

സംഖ്യകളെ അവയുടെ അഭാജ്യഘടകങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുന്ന രീതി വിശദീകരിക്കുന്നു.

↓

ഏതൊരു സംഖ്യയും 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 എന്നീ സംഖ്യകളുടെ ഗുണിതമാണോ എന്ന് ഹരിച്ചു നോക്കാതെ കണ്ടെത്തുന്നു.

↓

രണ്ട് സംഖ്യകൾക്ക് അവയുടെ ചെറുപൊതുഗുണിതവും വൻപൊതുഘടകവുമായുള്ള ബന്ധം വിശദീകരിക്കുന്നു.

ഭിന്നസംഖ്യകൾ

ആദ്യകാലത്ത് മനുഷ്യന്റെ ദൈനംദിന ആവശ്യങ്ങൾക്ക് എണ്ണൽസംഖ്യകൾ മതിയായിരുന്നു. ചെറിയ സംഖ്യകൾ പരമാർശിക്കേണ്ട ഘട്ടങ്ങളിൽ ഉപയോഗിച്ചുകൊണ്ടിരിക്കുന്നതിനേക്കാൾ ചെറിയ അളവുകൾ ആവശ്യമായി വന്ന സന്ദർഭത്തിലാണ് ഭിന്നസംഖ്യകൾ ആവിർഭവിച്ചത്. ഉദാഹരണമായി പണ്ടുകാലത്ത് ഒരു കുപ്പി എണ്ണ എന്ന് ഉപയോഗിച്ചു. അതിനേക്കാൾ ചെറിയ അളവ് ആവശ്യമായപ്പോൾ, അരക്കുപ്പി, കാൽകുപ്പി, എന്നിങ്ങനെയുള്ള ചെറിയ അളവുകൾ കണ്ടെത്തുകയുണ്ടായി.

ഒന്നിന്റെ ഭാഗം എന്ന നിലക്കാണ് ഭിന്നസംഖ്യകളെ ആദ്യഘട്ടത്തിൽ നിർവചിച്ചത്. ഹരണക്രിയ എന്ന രീതിയിൽ ഭിന്നസംഖ്യയെ കണ്ടു തുടങ്ങിയത് പതിനാറാം നൂറ്റാണ്ടിലാണ്.

ഭിന്നസംഖ്യകളെ മൂന്ന് വ്യത്യസ്ത തലങ്ങളിൽ കുട്ടികൾ മനസ്സിലാക്കേണ്ടതുണ്ട്.

1. ഭിന്നസംഖ്യ ഒന്നിന്റെ ഭാഗമായി

ഒരു വസ്തുവിനെ തുല്യഭാഗങ്ങളായി വിഭജിച്ച് ഒരു നിശ്ചിത ഭാഗത്തെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നു. ഒരു വസ്തുവിനെ 5 തുല്യഭാഗങ്ങളാക്കിയതിൽ 2 ഭാഗത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നത് $\frac{2}{5}$. ഇതിനെ 5 ൽ 2 എന്നു വായിക്കുകയും $\frac{2}{5}$ എന്ന് എഴുതുകയും ചെയ്യുന്നു.

$$\left.\begin{array}{l} {}^{1}/_{5} \\ {}^{1}/_{5} \end{array}\right\} \frac{2}{5} \text{ ഭാഗം}$$

പരപ്പളവിൽ മാത്രമല്ലാതെ, വിവിധരീതിയിൽ ചിത്രീകരിക്കാൻ കഴിവ് നേടേണ്ടതുണ്ട്.

- ഒരു റിബൺ / ഒരു നൂലിന്റെ 1/4 ഭാഗം മുറിച്ചുമാറ്റുക.
- ഒരു പാത്രത്തിലുള്ള വെള്ളത്തിന്റെ 1/2 ഭാഗം മറ്റൊരു പാത്രത്തിലേക്ക് മാറ്റുക.

2. ഭിന്നസംഖ്യ ഹരണത്തിന്റെ ഭാഗമായി

${}^{3}/_{5}$ എന്ന ഭിന്ന സംഖ്യയെ $3 \div 5$ എന്ന രീതിയിൽ എഴുതുന്നു.

3 വസ്തുക്കളെ 5 പേർക്ക് തുല്യമായി വീതിക്കാൻ ആവശ്യപ്പെട്ടാൽ ഒരാൾക്ക് എത്രകിട്ടും?

3. ഭിന്നസംഖ്യ കൂട്ടത്തിന്റെ ഭാഗമായി

15 വസ്തുക്കളെ 3 പേർക്ക് തുല്യമായി വീതിക്കേണ്ട സന്ദർഭത്തിൽ കൂട്ടത്തിന്റെ ഭാഗമായ ഭിന്ന സംഖ്യയുടെ ആശയമാണ് ഉപയോഗിക്കേണ്ടത്.

O O O O O

O O O O O

O O O O O

3 തുല്യഭാഗങ്ങളാക്കിയപ്പോൾ

O O O   O O O   O O O

O O   O O   O O

$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\neq\frac{2}{5}$ എന്നത് എങ്ങനെ ബോധ്യപ്പെടുത്താം?

$\frac{2}{5}$ പകുതിയേക്കാൾ കൂടുതലാണോ?

പകുതിയുടെ കൂടെ $\frac{1}{3}$ ചേർന്നാൽ, പകുതിയേക്കാൾ കുറയുമോ?

വ്യത്യസ്ത ഛേദങ്ങളുള്ള ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ സങ്കലനം, വ്യവകലനം, ഗുണനം, ഹരണം എന്നിവ കണക്കാക്കുന്നതിനുള്ള മാർഗം എങ്ങനെ കണ്ടെത്താം? ഗണിതശാസ്ത്ര ബോധനവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട് ഏത് പഠനരീതിയാണ് ഇവിടെ ഉപയോഗിക്കേണ്ടത്.

ജെ. ഫ്രാക്ഷൻ ലാബ് ഉപയോഗിച്ച് ഭിന്നസംഖ്യകൾ രൂപീകരിക്കാനും അവയെ വിശദീകരിക്കാനും ശ്രമിക്കുമല്ലോ.

J fraction lab

- ഭിന്നങ്ങൾ രൂപീകരിക്കാനും അവയെ വിശദീകരിക്കാനും സഹായകമായ ഒരു സ്വതന്ത്ര സോഫ്റ്റ്‌വെയറാണ് ജെ ഫ്രാക്ഷൻ ലാബ്.

Application → Education → J Fraction Lab എന്ന ക്രമത്തിൽ ഈ സോഫ്റ്റ് വെയർ തുറക്കാം.

ജെ. ഫ്രാക്ഷൻ ലാബ് ഉപയോഗിച്ച് ഭിന്നസംഖ്യകളെ വിവിധ രീതിയിൽ ചിത്രീകരിച്ച് നോക്കു.

ദശാംശസംഖ്യകൾ

ഭിന്നസംഖ്യയെ സൂചിപ്പിക്കാനുള്ള ഒരു രീതിയാണ് ദശാംശം (Decimal). ഏതൊരു ഭിന്നത്തേയും ദശാംശരൂപത്തിലെഴുതാം. ഇങ്ങനെ എഴുതുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന അക്കങ്ങൾ രണ്ടു തരത്തിലാണ്. ദശാംശസ്ഥാനത്തെ അക്കങ്ങൾ അവസാനിക്കും അല്ലെങ്കിൽ അനന്തമായി ആവർത്തിക്കും.

$$\frac{1}{2}=\frac{5}{10}=0.5$$

$$\frac{1}{5}=\frac{2}{10}=0.2$$

$$\frac{1}{4}=\frac{25}{100}=0.25$$

$$\frac{1}{8}=\frac{125}{10,000}=0.0125$$

ദശാംശ സ്ഥാനത്തെ അക്കങ്ങൾ അവസാനിക്കുന്ന, ദശാംശരൂപത്തിലേയ്ക്ക് മാറ്റിയ ഏത് ഭിന്നത്തെയും, 10 ന്റെ ഏതെങ്കിലും കൃതി ഛേദമായ സമാനഭിന്നമായി എഴുതാം.

$10 = 2 \times 5$ ആയതിനാൽ, ഇത്തരം ഒരു സമാനഭിന്നം (തുല്യഭിന്നം) ഉണ്ടാകണമെങ്കിൽ ആദ്യത്തെ ഭിന്നത്തിന്റെ ഛേദത്തിന് 2, 5 അല്ലാതെയുള്ള അഭാജ്യഘടകങ്ങൾ ഉണ്ടായിരിക്കരുത്.

ഉദാ:

$80 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 2^4 \times 5$ ആയതിനാൽ

$$\frac{1}{80} = \frac{1}{2^4 \times 5} = \frac{5^3}{2^4 \times 5^4} = \frac{5^3}{2^4 \times 5^4} = \frac{125}{10000} = 0.0125$$

എന്ന് എഴുതാം.

മറിച്ച് $15 = 3 \times 5$ ആയതിനാൽ $^1/_{15}$ നെ 10 ന്റെ ഏതെങ്കിലും കൃതി ഛേദമായ സമാനഭിന്നമായി എഴുതാൻ കഴിയില്ല. അതിനാൽ $^1/_{15}$ ന്റെ ദശാംശരൂപം അവസാനിക്കുന്നില്ല.

$$\frac{1}{15} = 0.6666..........$$

ചില പ്രത്യേക ദശാംശസംഖ്യകൾ

$^1/_7$ ന്റെ ദശാംശരൂപത്തിൽ 6 അക്കങ്ങൾ ചാക്രികമായി ആവർത്തിക്കുന്നു. $^1/_{17}$ ന്റെ ദശാംശരൂപത്തിൽ 16 അക്കങ്ങൾ ആവർത്തിക്കുന്നു. എന്നാൽ $^1/_{13}$ ന്റെ ദശാംശരൂപത്തിൽ 6 അക്കങ്ങളേയുള്ളു. പത്തൊമ്പതാം നൂറ്റാണ്ടിൽ, വില്യം ഷാക്സ് എന്ന ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞൻ അഭാജ്യസംഖ്യകളുടെ വ്യുൽക്രമങ്ങളിലെ, ഇത്തരം ചക്രങ്ങളുടെ നീളം കണക്കുകൂട്ടിയെടുത്തു. ഹെൻറി ഗോഡ്‌വിൻ എന്ന മറ്റൊരാളാകട്ടെ 1024 വരെ ഛേദമായി വരുന്ന എല്ലാ ഭിന്നസംഖ്യകളുടെയും ദശാംശരൂപം കണക്കുകൂട്ടുകയുണ്ടായി.

$$\frac{1}{7} = 0.142857...................$$

$$\frac{2}{7} = 0.285714...................$$

$$\frac{3}{7} = 0.428571...................$$

$$\frac{4}{7} = 0.571428...................$$

$$\frac{5}{7} = 0.714285....................$$

$$\frac{6}{7} = 0.857142....................$$

ഓരോ ദശാംശരൂപത്തിലും 1, 4, 2, 8, 5, 7 എന്ന ക്രമം മാറുന്നില്ലെന്നും, തുടങ്ങുന്ന സംഖ്യ മാത്രമാണ് മാറുന്നതെന്നും കാണാം. $^1/_{13}$ ന്റെ ദശാംശ രൂപത്തിന് ഈ പ്രത്യേകത ഇല്ല. $^1/_{17}$ ന്റെ ദശാംശരൂപത്തിന് ഈ പ്രത്യേകത ഉണ്ട്.

അളവുകൾ മെട്രിക്ക് സിസ്റ്റത്തിൽ ഉപയോഗിക്കാനും പ്രയോഗിക്കാനും ദശാംശസംഖ്യകളുടെ കണ്ടുപിടിത്തം എത്രമാത്രം പ്രയോജനപ്പെട്ടു എന്നതു സംബന്ധിച്ച് ഒരു സെമിനാർ നടത്തുക.

ന്യൂനസംഖ്യകൾ

ന്യൂനസംഖ്യകളുടെ ചരിത്രം

ഗണിതശാസ്ത്രത്തിന്റെ വളർച്ചയുടെ ഘട്ടത്തിൽ അളവുകളുമായി നേരിട്ട് ബന്ധപ്പെടാതെ ഗണിതപരമായ സൗകര്യത്തിനായി സംഖ്യകളെയും അവയുടെ ക്രിയകളെയും സൂചിപ്പിക്കുന്ന ഒരു തലം രൂപപ്പെട്ടു. അതിന്റെ തുടർച്ചയായി എ. ഡി - 7-ാം നൂറ്റാണ്ടിൽ ഭാരതീയ ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞനായ ബ്രഹ്മഗുപ്തൻ ന്യൂനസംഖ്യകൾ എന്ന ആശയം അവതരിപ്പിക്കുകയും അവയുടെ ക്രിയാനിയമങ്ങൾ നിർവചിക്കുകയും ചെയ്തു. ബ്രഹ്മഗുപ്തന്റെ "ബ്രഹ്മസ്ഫുടസിദ്ധാന്തം" അറബിയിലേക്ക് വിവർത്തനം ചെയ്തതിലൂടെ അവിടെയും ന്യൂനസംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ച് തുടങ്ങി. കണക്കു കൂട്ടലുകൾ നടത്തുമ്പോൾ കറുത്ത കോലുകളാണ്, ചൈനാക്കാർ ന്യൂന സംഖ്യകളെ സൂചിപ്പിക്കാൻ ഉപയോഗിച്ചിരുന്നത്.

ബി. സി. മൂന്നാം നൂറ്റാണ്ടിലെ ചിയുചാങ് സുവാൻഷു എന്ന ചൈനീസ് ഗണിതശാസ്ത്ര ഗ്രന്ഥത്തിൽ ന്യൂനസംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ച ക്രിയകൾ കാണാം. പ്രത്യേക രീതിയിൽ ക്രമീകരിച്ച മുളങ്കോലുകൾ ഉപയോഗിച്ചാണ് സംഖ്യകളുടെ ക്രിയകൾ ചെയ്തിരുന്നത്. അധിസംഖ്യകളെ സൂചിപ്പിക്കാൻ ചുവന്ന വടികളും, ന്യൂനസംഖ്യകൾക്ക് കറുത്ത വടികളുമാണ് അവർ ഉപയോഗിച്ചത്. പിൽക്കാലത്ത് സംഖ്യകളുടെ ക്രിയകൾ എഴുതി ചെയ്യാൻ തുടങ്ങിയപ്പോൾ, ന്യൂനസംഖ്യകളെ സൂചിപ്പിക്കാൻ അവയുടെ മേൽ ഒരു ചരിഞ്ഞവര വരയ്ക്കുന്ന രീതി നിലവിൽ വന്നു. ന്യൂനസംഖ്യകൾ വ്യാപകമായി ഉപയോഗിച്ചു തുടങ്ങിയത് പതിനേഴാം നൂറ്റാണ്ടിലാണ്.

ചെറിയ സംഖ്യയിൽ നിന്ന് വലിയ സംഖ്യ കുറയ്ക്കേണ്ടി വരുന്ന സന്ദർഭങ്ങളിലാണല്ലോ ന്യൂന സംഖ്യ ഉപയോഗിക്കേണ്ടിവരുന്നത്.

ന്യൂനസംഖ്യകളുമായി ബന്ധപ്പെട്ട് ഏതാനും ഉദാഹരണങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക.

- പൂജ്യത്തേക്കാൾ കുറഞ്ഞ സംഖ്യകൾ കിട്ടുന്ന സന്ദർഭങ്ങൾ (താപനില, കാലാവസ്ഥാ ചാർട്ട്, ന്യൂനതാപം, അതിശൈത്യം - തുടങ്ങിയവ)
- പൂജ്യത്തേക്കാൾ കുറഞ്ഞ സംഖ്യകളെഴുതിയ ചാർട്ടുകളും പത്രക്കട്ടിങ്ങുകളും ശേഖരിച്ച് ഗണിതമേളയിൽ പ്രദർശിപ്പിക്കൂ.
- ന്യൂനസംഖ്യകളുടെ ആശയരൂപീകരണം ആഗമന രീതിയിലൂടെ എങ്ങനെ നടത്താം?
- ന്യൂനസംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ചുള്ള ചതുഷ്ക്രിയകൾ ചെയ്യാനുള്ള പഠനരീതികൾ ഏത്? ഇവ ഉപയോഗിച്ച് ചതുഷ്ക്രിയകളുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ചില നിഗമനങ്ങൾ രൂപീകരിക്കുക.

വർഗവും വർഗമൂലവും

ക്ഷേത്രഗണിത രൂപങ്ങളുമായി ബന്ധപ്പെടുത്തി സംഖ്യകളെ വർഗ്ഗീകരിക്കുന്ന സമ്പ്രദായം, പൈഥഗോറിയന്മാരുടെ കാലത്തു തന്നെ നിലനിന്നിരുന്നു. വർഗം എന്ന ആശയം രൂപം കൊള്ളുന്നത്, ഒരു ക്ഷേത്രഗണിതരൂപമായ സമചതുരവുമായി ബന്ധപ്പെട്ടാണ്. പൂർണസംഖ്യകൾ വശങ്ങളായി വരുന്ന സമചതുരങ്ങളുടെ വിസ്തീർണമാണ് സമചതുര സംഖ്യകളായി കണക്കാക്കുന്നത്. ഇന്ന് നാം ഉപയോഗിക്കുന്ന 1^2, 2^2, 3^2 എന്നിങ്ങനെയുള്ള രൂപങ്ങൾ, ഇത്തരത്തിലുള്ള സംഖ്യകളെ പ്രതിനിധാനം ചെയ്യുന്നു. വർഗങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള പരസ്പരബന്ധം കണ്ടെത്തുന്നതും പുരാതന കാലത്തു തന്നെ പഠന വിഷയങ്ങളായിരുന്നു. പൈഥഗോറിയൻത്രയത്തിന്റെ ആവിർഭാവം ഇതിൽ നിന്നാണ്.

$10^2 = 8^2 + 6^2$

$5^2 = 3^2 + 4^2$

രണ്ടു സംഖ്യകളുടെ വർഗങ്ങളുടെ തുകയായി രണ്ടു രീതിയിൽ എഴുതാവുന്ന സംഖ്യകളാണ്?

$$65 = 8^2 + 1^2$$
$$= 7^2 + 4^2$$

ഇതുപോലെ എഴുതാവുന്ന മറ്റ് സംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തു.

ത്രികോണ സംഖ്യകൾ, സമചതുര സംഖ്യകൾ

ത്രികോണാകൃതിയിൽ ക്രമീകരിച്ചിരിക്കുന്ന താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പാറ്റേൺ കാണുക.

```
                          •
             •          • •
•          • •        • • •
```

ഈ പാറ്റേണിൽ നിന്ന്

1, 3, 6, 10 .... ത്രികോണസംഖ്യകളാണ്.

ഈ പാറ്റേണിലെ അടുത്ത മൂന്ന് സംഖ്യകൾ കൂടി എഴുതൂ.

```
•         • •       • • •       • • • •
          • •       • • •       • • • •
                    • • •       • • • •
                                • • • • .        ................
```

സമചതുരാകൃതിയിൽ ക്രമീകരിച്ചിരിക്കുന്ന സംഖ്യകളായ 1, 4, 9, 16.......... എന്നതാണ് സമചതുര സംഖ്യകൾ

സമചതുരസംഖ്യകൾക്ക് മറ്റു ചില ഉദാരണങ്ങൾ കണ്ടെത്തൂ.

വർഗങ്ങൾ

ഒരു സംഖ്യയെ അതേ സംഖ്യകൊണ്ട് ഗുണിക്കുമ്പോൾ വർഗസംഖ്യ കണ്ടെത്താം എന്ന് വിവിധ ഗുണനക്രിയകൾ വിശകലനം ചെയ്ത് ചർച്ചയിലൂടെ ധാരണയിലെത്തുന്നു.

(36 ന്റെ വിവിധ ഗുണനക്രിയകൾ 2 x 18, 3 x 12, 4 x 9, 6 x 6)

ഇതിൽ 36 = 6 x 6

അതായത് 6 ന്റെ വർഗമാണ് 36

$6^2 = 36$ ഈ ചിഹ്നരൂപത്തിന്റെ പ്രത്യേകത ശ്രദ്ധിക്കുക.

$1 = 1$

$4 = 1 + 2 + 1$

$9 = 1 + 2 + 3 + 2 + 1$

$16 = 1 + 2 + 3 + 4 + 3 + 2 + 1$

....

വർഗ സംഖ്യകളുടെ പ്രത്യേക പാറ്റേൺ ശ്രദ്ധിക്കുക.

$1 = 1^2 = 0^2 + (1+0)$

$4 = 2^2 = 1^2 + (2+1)$

$9 = 3^2 = 2^2 + 5 = 2^2 + (3+2)$

$16 = 4^2 = 3^2 + 7 = 3^2+(4+3)$.........................

വർഗ വ്യത്യാസം

$3^2 - 1^2 = 9 - 1 = 8$

$4^2 - 2^2 = 16 - 4 = 12$

$5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$

$6^2 - 4^2 = 36 - 16 = 20$

....

ഈ പാറ്റേണിൽ നിന്ന് ഒന്നിടവിട്ട സംഖ്യകളുടെ വർഗങ്ങളുടെ വ്യത്യാസവും സംഖ്യകളുടെ തുകയും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം എന്താണ്? സാമാന്യവൽക്കരണത്തിലൂടെ എങ്ങനെ നിഗമനം രൂപീകരിക്കാം.

$2^2 - 1^2 = 4 - 1 = 3 = 2 + 1$

$3^2 - 2^2 = 9 - 4 = 5 = 3 + 2$

$4^2 - 3^2 = 16 - 9 = 7 = 4 + 3$

$5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9 = 5 + 4$

ഇതിൽ നിന്നും അടുത്തടുത്ത രണ്ട് എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ വർഗങ്ങളുടെ വ്യത്യാസം സംഖ്യകളുടെ തുകയാണ് എന്ന നിഗമനം രൂപീകരിക്കാം.

ദശാംശസംഖ്യകളുടെ വർഗങ്ങൾ

0.5 ന്റെ വർഗ്ഗം $= 0.5 \times 0.5$

$= 0.25$

ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ വർഗങ്ങൾ

$\frac{4}{15}, \frac{8}{9}, \frac{16}{25}, 2\frac{1}{4}, 4\frac{1}{9}, \frac{8}{18}$ ഇതിൽ ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ വർഗമാകാൻ സാധ്യതയുള്ളവ ഏത്?

ഇത്തരം കുറെ ഭിന്നസംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തൂ.

അഞ്ചിൽ അവസാനിക്കുന്ന സംഖ്യകളുടെ വർഗം

$5^2 = 25$

$15^2 = 225$

$25^2 = 625$

ഇവയുടെ പ്രത്യേകത എന്താണ്? 5 ൽ അവസാനിക്കുന്ന ഏതാനും സംഖ്യകളുടെ വർഗം ഗുണന ക്രിയ ചെയ്യാതെ കാണൂ...

ഭംഗിയുള്ള വർഗ സംഖ്യകൾ

$11^2 = 121$	$12^2 = 144$	$13^2 = 169$
$101^2 = 10201$	$102^2 = 10404$	$103^2 = 10609$
$1001^2 = 1002001$	$1002^2 = 1004004$	$1003^2 = 1006009$
$10001^2 = 100020001$	$10002^2 = 100040004$	$10003^2 = 100060009$

സംഖ്യകളുടെ വർഗമൂലം

സംഖ്യകളുടെ വർഗമൂലം കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിനുള്ള ഒരു മാർഗം

$1 = 1 = 1^2$

$1 + 3 = 4 = 2^2$

$1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$

$1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$

1 ന്റെ വർഗമൂലമാണ് 1, $\sqrt{1} = 1$

4 ന്റെ വർഗമൂലമാണ് 2, $\sqrt{4} = 2$

9 ന്റെ വർഗമൂലമാണ് 3, $\sqrt{9} = 3$

ഈ പാറ്റേൺ പരിശോധിച്ചാൽ തുടർച്ചയായ ഏതാനും ഒറ്റ സംഖ്യകളുടെ തുക പൂർണവർഗമാണ്.

7 ഒറ്റ സംഖ്യകളുടെ തുക 49 ആണ്.

49 ന്റെ വർഗമൂലമാണ് 7 .

49 -	48 -	45 -	40 -	33 -	24 -	13 -
1	3	5	7	9	11	13
48	45	40	33	24	13	0

വർഗമൂലം കാണേണ്ട സംഖ്യയിൽ നിന്ന് പൂജ്യം കിട്ടുന്നതുവരെ തുടർച്ചയായ ഒറ്റസംഖ്യകൾ കുറക്കുക.

ഇങ്ങനെയും വർഗമൂലം കാണാം.

> ആദ്യത്തെ 50 ഒറ്റ സംഖ്യകളുടെ തുക എത്രയാണ്?
>
> ഒരു നിശ്ചിത എണ്ണം തുടർച്ചയായ ഒറ്റ സംഖ്യകളുടെ തുക എങ്ങനെ കണ്ടെത്താം? സാമാന്യവൽക്കരണം എന്ന രീതി ഉപയോഗിച്ച് കണ്ടെത്തുക.

ശരാശരി

ഒരു കൂട്ടം അളവുകളെ പ്രതിനിധാനം ചെയ്യുന്ന ഒരു അളവാണ് ശരാശരി.

ഉദാ. ഒരാഴ്ചയിൽ ഓരോ ദിവസവും ഒരു പശുവിൽ നിന്ന് ലഭിച്ച പാൽ ഇപ്രകാരമാണ്.

12 ലിറ്റർ, 13 ലിറ്റർ, 8 ലിറ്റർ, 10 ലിറ്റർ, 7 ലിറ്റർ, 9 ലിറ്റർ, 11 ലിറ്റർ, പശുവിൽ നിന്ന് ഒരു ദിവസം എത്ര ലിറ്റർ പാൽ ലഭിക്കും?

ഇത്തരത്തിലുള്ള വിവിധ സന്ദർഭങ്ങൾ ചർച്ച ചെയ്ത് ശരാശരി എന്നാൽ എന്തെന്ന് മനസിലാക്കാവുന്നതാണ്.

- ഇവിടെ ശരാശരി ഏറ്റവും ചെറിയ അളവിനും ഏറ്റവും വലിയ അളവിനും ഇടയിൽ വരുന്ന ഒരു സംഖ്യയായിരിക്കും.
- ശരാശരിയേക്കാൾ കൂടുതലായ അളവുകൾ പരിശോധിക്കാം.

  12, 13, 11

ഇവ ഓരോന്നും ശരാശരിയേക്കാൾ എത്ര കൂടുതലാണ്?

2, 3, 1

ഇവയുടെ തുക = 2 + 3 + 1 = 6

ശരാശരിയേക്കാൾ കുറവായ അളവുകൾ

8, 7, 9

ഇവ ഓരോന്നും ശരാശരിയേക്കാൾ എത്ര കുറവ്?

2, 3, 1

ഇവയുടെ തുക = 2 + 3 + 1 = 6

ഈ രണ്ടുതുകയും എപ്പോഴും തുല്യമാണല്ലോ

തുടർച്ചയായ എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ ശരാശരി എങ്ങനെയായിരിക്കും? പാറ്റേണുകളുടെ ശരാശരിയോ?

ഉദാ. 1,2, 3, ...,11

1, 2, 3, ..., 20

3, 5, 7, 9,......................., 19

ശരാശരി കണ്ടെത്താനുള്ള മാർഗ്ഗം സ്വയം കണ്ടെത്തു.

എന്റെ കണ്ടെത്തൽ.

-
-
-

ശരാശരിയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ ഏതൊക്കെ?

ശരാശരി വരുമാനം, ശരാശരി ചെലവ്,

ശരാശരി നീളം, ഭാരം......................

ഒരളവിൽ മാറ്റം വരുമ്പോൾ ശരാശരിയിൽ ഉണ്ടാകുന്ന മാറ്റം എന്തായിരിക്കും?

ശരാശരി യുക്തിസഹമല്ലാത്ത ധാരാളം സന്ദർഭങ്ങളുണ്ട്.

ഉദാ.

1) ഒരു പുഴയുടെ ആഴം പല സ്ഥലങ്ങളിൽ വ്യത്യസ്തമാണ്. അവയുടെ ശരാശരി കണക്കാക്കി പുഴ കടക്കാൻ ശ്രമിച്ചാൽ അപകടമല്ലേ?

2) ഒരു ഗ്രാമത്തിലെ കുടുംബങ്ങളുടെ ശരാശരി വരുമാനം 2000 രൂപയാണ്. ഈ ഗ്രാമത്തിൽ ഒരു കോടീശ്വരൻ വന്നു ചേർന്നു. ഇപ്പോൾ ഗ്രാമത്തിലെ കുടുംബങ്ങളുടെ ശരാശരി വരുമാനം എന്തായിരിക്കും? ഇവ തിരിച്ചറിയാനുള്ള അവസരം ഒരുക്കണം.

ശതമാനം

- ശതമാനം എന്ന ആശയം നിരക്ക് എന്ന തരത്തിലും പരിഗണിക്കാം.
- മറുശതമാനം എന്ന ആശയം (75% കുട്ടികൾ വിജയിച്ചു എന്നത് 25% കുട്ടികൾ വിജയിച്ചില്ല എന്നും അർത്ഥമാക്കാം.)
- മുഴുവൻ അഥവാ 100% എന്ന ധാരണ

- ശതമാനവും ഭിന്നസംഖ്യാരീതിയിലുള്ള നിരക്കും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം.

$\frac{1}{2}$ ഭാഗം എന്നത് 50% ആണ്.

75% എന്നത് $\frac{3}{4}$ ആണ്.

$33\frac{1}{3}\%$ എന്നത് $\frac{1}{3}$ ആണ്.

$\frac{2}{5}$ ഭാഗം = $\frac{2\times 20}{5\times 20}=\frac{40}{100}$ = 40 %

- താരതമ്യത്തിനുള്ള സഹായിയായി ശതമാനത്തെ ഉപയോഗിക്കൽ.

ഉദാ. ഒരു സ്കൂളിൽ 150 കുട്ടികൾ പരീക്ഷ എഴുതി 135 കുട്ടികൾ ഉപരിപഠനത്തിന് അർഹരായി. മറ്റൊരു സ്കൂളിൽ 120 കുട്ടികൾ പരീക്ഷ എഴുതിയതിൽ 114 കുട്ടികൾ ഉപരിപഠനത്തിന് അർഹരായി. ഏത് സ്കൂളാണ് മികച്ചത്?

- ശതമാനം ഉൾപ്പെടുന്ന പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്നതിന്
- a യുടെ b% = b യുടെ a%
- ഒരു യൂണിവേഴ്സിറ്റിയിൽ പഠിക്കുന്ന കുട്ടികളിൽ 50% പേരും വികലാംഗരാണ്. ഈ പ്രസ്താവനയുടെ നിജസ്ഥിതി അന്വേഷിച്ചപ്പോൾ അവിടെ ആകെ 2 കുട്ടികൾ മാത്രമാണ് പഠിക്കുന്നത്. ശതമാനത്തിലൂടെ താരതമ്യം ചെയ്യുമ്പോൾ യുക്തിസഹമല്ലാത്ത ഒരു സന്ദർഭമാണല്ലോ ഇത്.
- ശതമാനത്തിലൂടെ താരതമ്യം ചെയ്യുമ്പോൾ യുക്തിസഹമല്ലാത്ത രണ്ടു സന്ദർഭങ്ങൾ കൂടി കണ്ടെത്തുക.

പലിശ

മറ്റൊരാളുടെ വസ്തു നാം ഉപയോഗിക്കുമ്പോൾ നാം അവർക്ക് ഏന്തെങ്കിലും പ്രതിഫലം കൊടുക്കേണ്ടതുണ്ടല്ലോ. അങ്ങനെ കൊടുക്കുന്ന പ്രതിഫലം വസ്തുക്കൾക്കാകുമ്പോൾ വാടക എന്നും പണത്തിനാകുമ്പോൾ പലിശ എന്നും പറയാം. സാധാരണ പലിശ, കൂട്ടുപലിശ, നാട്ടുപലിശ എന്നിങ്ങനെ നമ്മുടെ നാട്ടിൽ വിവിധ പലിശ സമ്പ്രദായങ്ങൾ നിലവിലുണ്ട്. ബാങ്ക് മറ്റു പണമിടപാടു സ്ഥാപനങ്ങൾ എന്നിവിടങ്ങളിൽ സാധാരണ പലിശയും കൂട്ടു പലിശയും ഉപയോഗിക്കുന്നു. വാർഷികമായും അർധവാർഷികമായും പലിശ കണക്കാക്കുന്ന രീതിയുണ്ട്.

പലിശ എന്ന ആശയവുമായി ബന്ധപ്പെട്ടവയും താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ആശയങ്ങളും അവയുടെ പ്രയോഗങ്ങളും അറിയേണ്ടതുണ്ട്.

പലിശ, പലിശനിരക്ക്, പലിശ കണക്കാക്കുന്ന രീതി, വിവിധ സ്ഥാപനങ്ങളിലെ പലിശനിരക്കുകളുടെ താരതമ്യം, പലിശയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട് സമൂഹത്തിലുണ്ടാകുന്ന പ്രശ്നങ്ങൾ, കൂട്ടുപലിശ എന്ന ആശയം, കൂട്ടുപലിശ കണക്കാക്കുന്ന രീതി, വാർഷിക/അർദ്ധവാർഷിക/പാദവാർഷിക കൂട്ടുപലിശ കണക്കാക്കുന്ന രീതി, പണമിടപാടു സ്ഥാപനവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പ്രയോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ നിർദ്ധാരണം ചെയ്യൽ, പലിശയെ സംബന്ധിച്ചുള്ള വ്യത്യസ്ത പരസ്യങ്ങളും അവയിലെ തട്ടിപ്പുകളും തിരിച്ചറിയൽ തുടങ്ങിയവ.

പലിശ കണക്കാക്കുന്ന മാർഗം എങ്ങനെ കണ്ടെത്താം?

ഗണിതപഠനത്തിലെ ഏതു രീതിയാണ് കൂടുതൽ അനുയോജ്യം.

1 രൂപക്ക് ഒരു ദിവസത്തേക്ക് 1 പൈസമാത്രം പലിശ

ഈ പരസ്യവാചകം ശ്രദ്ധിച്ചുവല്ലോ പലിശ എന്ന പാഠഭാഗവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പരസ്യങ്ങൾ അവയിലെ തട്ടിപ്പുകൾ മുതലായവയെ കുറിച്ച് ഒരു സെമിനാർ പ്രബന്ധം തയാറാക്കുക.

ലാഭം, നഷ്ടം, ഡിസ്കൗണ്ട്

- മുടക്കുമുതൽ, വിറ്റവില, ലാഭം, നഷ്ടം എന്നീ ആശയങ്ങൾ രൂപീകരിക്കുന്നു. ലാഭശതമാനം, നഷ്ടശതമാനം.

  (100 രൂപ മുടക്കുമുതലിന് ലഭിക്കുന്ന ലാഭമാണ് ലാഭശതമാനം. ഇതുപോലെ 100 രൂപ മുടക്കുമ്പോൾ വരുന്ന നഷ്ടമാണ് നഷ്ടശതമാനം.)

- പരസ്യവില, വിറ്റവില, ഡിസ്കൗണ്ട്, റിബേറ്റ് എന്നീ ആശയങ്ങൾ.
- പരസ്യവിലയിൽ നിന്നും അനുവദിക്കുന്ന കിഴിവാണ് ഡിസ്കൗണ്ട്. ഡിസ്കൗണ്ട് പരസ്യവിലയുടെ ശതമാനമായിട്ടാണ് പറയുന്നത്.
- പൊതുമേഖലാസ്ഥാപനങ്ങളുടെ ഉല്പന്നങ്ങൾക്ക് സർക്കാർ നല്കുന്ന കിഴിവാണ് റിബേറ്റ്. റിബേറ്റ് ശതമാനമായാണ് പറയുന്നത്.

ഒന്നെടുത്താൽ ഒന്ന് ഫ്രീ, 3 എണ്ണത്തിന് 399 രൂപ, ഏതെടുത്താലും 100 രൂപ, 5% മുതൽ 50% വരെ ഡിസ്കൗണ്ട് എന്നിങ്ങനെ കച്ചവടവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട് നിരവധി പരസ്യങ്ങൾ ഉണ്ടല്ലോ. ഈ കെണിയിൽപ്പെട്ട് ധാരാളം ജനങ്ങൾ വഞ്ചിതരാകാറുണ്ട്. ഇതിനെക്കുറിച്ച് പൊതുജനങ്ങളെ ബോധവാൻമാർ ആക്കുന്നതിന് എന്തെല്ലാം തന്ത്രങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കാം? ഇതുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ഗണിതതത്വങ്ങൾ എങ്ങനെ പ്രയോജനപ്പെടുത്താം? ബോധവൽക്കരണത്തിന് അനുയോജ്യമായ ഒരു രീതി കണ്ടെത്തി ക്ലാസിൽ അവതരിപ്പിക്കുക.

സമയവും ദൂരവും

- വേഗം എന്ന ആശയം (ഒരു യൂണിറ്റ് സമയത്ത് സഞ്ചരിക്കുന്ന ദൂരമാണ് വേഗം. ഇത് ശരാശരി വേഗതയാണ്)
- ദൂരം, സമയം, ശരാശരി വേഗം എന്നിവ പരസ്പരം ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു.
- ഒരു വസ്തു ആകെ സഞ്ചരിച്ച ദൂരത്തെ അത് സഞ്ചരിക്കാനെടുത്ത സമയം കൊണ്ടു ഹരിക്കുന്നതാണ് അതിന്റെ ശരാശരി വേഗം
- ശരാശരി വേഗം, വേഗങ്ങളുടെ ശരാശരിയല്ല.
- വേഗത്തിന്റെ വിവിധ യൂണിറ്റുകൾ, കി.മീ/മണിക്കൂർ അല്ലെങ്കിൽ മീറ്റർ/സെക്കന്റ്. അവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം കണ്ടെത്തുമല്ലോ? $(1km/hr = \frac{5}{18} m/s)$
- വേഗവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ കണ്ടെത്തുന്നു.

സമയവും ദൂരവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പ്രശ്നങ്ങൾ കണ്ടെത്തു. അപഗ്രഥനരീതി ഉപയോഗിച്ച് കാര്യകാരണം സഹിതം, യുക്തിഭദ്രമായി അവയെ എങ്ങനെ വിശദീകരിക്കാം.

അംശബന്ധവും അനുപാതവും

- അംശബന്ധം
- തുല്യ അംശബന്ധങ്ങൾ
- ഒരു സംഖ്യയെ നിശ്ചിത അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കൽ

- രണ്ടു സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം
- രണ്ടു സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധത്തിന്റെ ലഘുരൂപം കണ്ടെത്തൽ
- നേരനുപാതം, വിപരീതാനുപാതം

എന്നീ ആശയങ്ങൾ പ്രധാനമായും അറിയേണ്ടതുണ്ട്.

മടങ്ങും ഭാഗവും

രണ്ടു സംഖ്യകളിൽ വലുത് ചെറുതിന്റെ ഒരു നിശ്ചിത മടങ്ങായിരിക്കും. അതുപോലെ ചെറിയ സംഖ്യ വലിയ സംഖ്യയുടെ ഒരു നിശ്ചിതഭാഗമായിരിക്കും.

ഉദാ: 12 ന്റെ 3 മടങ്ങാണ് 36

$(12 \times 3 = 36)$

36 ന്റെ $\frac{1}{12}$ ഭാഗമാണ് 3 അഥവാ

36 ന്റെ $\frac{1}{3}$ ഭാഗമാണ് 12

$12 \times \frac{3}{4} = 9$ (12 ന്റെ മുക്കാൽ ഭാഗമാണ് 9)

9 ന്റെ $1\frac{1}{3}$ മടങ്ങാണ് 12

ഭാഗത്തിന്റെയും മടങ്ങിന്റെയും അർത്ഥവ്യാപ്തി പൂർണമായും ഉൾക്കൊണ്ടുള്ള ചർച്ച നടത്തു.

മറ്റു പ്രവർത്തനങ്ങൾ

രണ്ടു നീളങ്ങൾ താരതമ്യം ചെയ്യണമെന്നിരിക്കട്ടെ. ഉദാ: $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}$ ഇവ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം $5 : 3$ എന്നു കിട്ടുന്നതിന്റെ കാരണം ചർച്ച ചെയ്യണം. $\frac{1}{3}$ ഭാഗത്തെ 5 തുല്യഭാഗമാക്കിയാൽ ഓരോ ഭാഗവും ആകെയുള്ളതിന്റെ $\frac{1}{15}$ ഭാഗമായിരിക്കും. അപ്പോൾ $\frac{1}{3}$ എന്നത് $\frac{5}{15}$ അതുപോലെ $\frac{1}{5}$ ഭാഗത്തെ 3 തുല്യ ഭാഗങ്ങളാക്കിയാൽ ഓരോ ഭാഗവും $\frac{1}{15}$ ഭാഗമാകും. അപ്പോൾ $\frac{1}{5}$ എന്നത് $\frac{3}{15}$ ആകും. $\frac{5}{15}, \frac{3}{15}$ ഇവ യഥാക്രമം $\frac{1}{15}$ ന്റെ 5 മടങ്ങും 3 മടങ്ങും ആണ് അതുകൊണ്ട് അംശബന്ധം $5 : 3$.

അംശബന്ധവും ഭിന്നവും

ഒരു വസ്തുവിന്റെ ഭാഗങ്ങൾ താരതമ്യം ചെയ്യുന്നതിന് അംശബന്ധം ഉപയോഗപ്പെടുത്താം.

ഒരു സ്ഥാപനത്തിലെ സ്ത്രീയും പുരുഷനും $3 : 17$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണെങ്കിൽ ആ സ്ഥാപനത്തിലെ ആകെ ജീവനക്കാരുടെ $\frac{3}{20}$ ഭാഗം സ്ത്രീകളും, $\frac{17}{20}$ ഭാഗം പുരുഷൻമാരും ആണല്ലോ.

പുരുഷൻമാരുടെ $\frac{3}{17}$ ഭാഗമാണ് സ്ത്രീകൾ. സ്ത്രീകളുടെ $\frac{17}{3}$ മടങ്ങാണ് പുരുഷൻമാർ.

പ്രയോഗം

സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള പരസ്പരബന്ധത്തെ യുക്തിസഹമായി പ്രയോഗിക്കാനുള്ള കഴിവാണ് ഇവിടെ നേടേണ്ടത്. അവയുടെ വിവിധ സന്ദർഭങ്ങൾ ഇപ്രകാരമാണ്.

- രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ തുകയും സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധവും അറിഞ്ഞാൽ ഓരോ സംഖ്യയും കണ്ടെത്താം.
- രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ അംശബന്ധവും സംഖ്യകളിൽ ഒന്നും അറിഞ്ഞാൽ രണ്ടാമത്തെ സംഖ്യ കണ്ടെത്താം.
- രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ അംശബന്ധവും സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസവും അറിഞ്ഞാൽ സംഖ്യകളുടെ തുകയും ഓരോ സംഖ്യയും കണ്ടെത്താം.
- നിശ്ചിത അംശബന്ധത്തിലുള്ള സംഖ്യകളോട് നിശ്ചിതഭാഗം കൂട്ടുകയോ കുറയ്ക്കുകയോ ചെയ്താൽ സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള പുതിയ അംശബന്ധം കണ്ടുപിടിക്കാം.

ഇത്തരം സന്ദർഭങ്ങൾ വരുന്ന പ്രശ്നങ്ങൾ കൈകാര്യം ചെയ്യുമ്പോൾ വിവിധ വീക്ഷണ കോണിലൂടെ സമീപിക്കണം. അങ്ങനെ വ്യത്യസ്ത രീതിയിൽ ഉത്തരം കണ്ടെത്താൻ കഴിയണം.

- നിത്യജീവിതത്തിൽ അംശബന്ധങ്ങൾ എന്ന ആശയം ഉപയോഗിക്കേണ്ടിവരുന്ന സന്ദർഭങ്ങൾ ഏതാണ്? എഴുതുക.
- കാര്യകാരണ സഹിതം ചിന്തിക്കാൻ അംശബന്ധം എന്ന പാഠഭാഗം എങ്ങനെ ഉപയോഗിക്കാം.? ചില സന്ദർഭങ്ങൾ കുറിക്കൂ.

മാറിയ അംശബന്ധം

ഒരു സ്കൂളിൽ ആൺകുട്ടികളും പെൺകുട്ടികളും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം 2 : 3 ആയിരുന്നു.

ആൺകുട്ടികളുടെ $\frac{1}{4}$ ഭാഗം സ്കൂളിൽ നിന്നു വിട്ടുപോയാൽ ആൺകുട്ടികളും പെൺകുട്ടികളും തമ്മിലുള്ള മാറിയ അംശബന്ധം എന്തായിരിക്കും?

- ആൺകുട്ടികൾ $\frac{2}{5}$ ഭാഗവും പെൺകുട്ടികൾ $\frac{3}{5}$ ഭാഗവും ആണ് ഉള്ളത്.
- ആൺകുട്ടികളുടെ (അതായത് $\frac{2}{5}$ ഭാഗത്തിന്റെ) $\frac{1}{4}$ ഭാഗം പോയി.
- ആയതിനാൽ ബാക്കിയുള്ളത് $\frac{2}{5}$ ഭാഗത്തിന്റെ $\frac{3}{4}$ ഭാഗം $= \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$ ഭാഗം
- അതുകൊണ്ട് മാറിയ അംശബന്ധം $= \frac{3}{10} : \frac{3}{5}$

$$= \frac{3}{10} \times 10 : \frac{3}{5} \times 10$$

$$= 3 : 6 = 1 : 2$$

അളവുകൾ മൂന്ന്

രണ്ട് അളവുകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധത്തിന്റെ തുടർച്ചയാണ് 3 അളവുകൾ ഉപയോഗിച്ചുള്ള അംശബന്ധം.

ഒരു നിശ്ചിത തുക 3 പേർക്ക് 1 : 2 : 3 ആയി ഭാഗിക്കുന്നെങ്കിൽ

ഒന്നാമന് ലഭിക്കുന്നത് $\frac{1}{6}$ ഭാഗം

രണ്ടാമന് ലഭിക്കുന്നത് $\frac{2}{6}$ ഭാഗം

മൂന്നാമന് ലഭിക്കുന്നത് $\frac{3}{6}$ ഭാഗം

രണ്ട് അളവുകളുമായി ബന്ധപ്പെട്ട് ചെയ്യുന്ന പ്രായോഗിക പ്രശ്നരീതിയാണ് ഇവിടെയും സ്വീകരിക്കുന്നത്.

അനുപാതം

രണ്ട് വ്യത്യസ്ത അളവുകളുടെ മാറ്റങ്ങൾ ആനുപാതികമാണോ എന്ന് വ്യത്യസ്ത ഉദാഹരണങ്ങളിലൂടെ പരിശോധിക്കാം.

- അരി, ഉഴുന്ന് എന്നിവയുടെ അളവുകൾ ഒരേ അംശബന്ധത്തിൽ മാറുന്നു.
- സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളവും ചുറ്റളവും ആനുപാതികമാണ്.
- എന്നാൽ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളവും പരപ്പളവും ആനുപാതികമല്ല.

മാറ്റങ്ങൾ ആനുപാതികമാകുന്നതും അല്ലാത്തതുമായ സന്ദർഭങ്ങൾ ചർച്ച ചെയ്യുക.

x, y എന്നീ അളവുകൾ ആനുപാതികമായാണ് മാറുന്നതെങ്കിൽ അവയുടെ വിലകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം $\frac{x}{y} = \mathrm{k}$ ആയിരിക്കും. (നേരനുപാതം)

വിപരീതാനുപാതത്തിലായാൽ $x\,y = \mathrm{k}$ ആയിരിക്കും.

ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഓരോ സന്ദർഭവും ഏത് അനുപാതത്തിലാണെന്ന് യുക്തിസഹിതം വിശദീകരിക്കുക.

- ഒരേ വേഗത്തിൽ സഞ്ചരിക്കുന്ന കാർ-സഞ്ചരിക്കുന്ന ദൂരവും സമയവും
- ഒരേ ചുറ്റളവുള്ള ചതുരങ്ങളുടെ നീളം, വീതി
- ഒരേ ഉയരമുള്ള ത്രികോണങ്ങളുടെ പരപ്പളവും പാദത്തിന്റെ നീളവും
- ഒരു നിശ്ചിത ജോലി ചെയ്തു തീർക്കുന്ന ജോലിക്കാരുടെ എണ്ണവും അവർ ജോലി ചെയ്യുന്ന ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണവും.
-
-

1.3. പ്രൈമറി ക്ലാസുകളിലെ ഗണിതപാഠപുസ്തകങ്ങളുടെ ഉള്ളടക്കത്തിന്റെ വളർച്ച

ലഘുവായ ആശയങ്ങളും പ്രതികരണങ്ങളും ചേർന്ന് സങ്കീർണതയിലേക്കും അമൂർത്തതയിലേക്കും വികസിക്കുന്നതാണ് ഗണിതശാസ്ത്രത്തിന്റെ സ്വഭാവം. 0, 1, 2,............, 9 വരെയുള്ള പത്ത് പ്രതീകങ്ങൾ (അക്കങ്ങൾ) ആണ് ഗണിതത്തിന്റെ അടിസ്ഥാന ശിലകൾ. ഓരോ അക്കവും വെവ്വേറെ എടുക്കുമ്പോൾ ലളിതമായ ആശയത്തെയോ അളവിനെയോ സൂചിപ്പിക്കുന്ന ഇവ, ഒന്നിച്ചു ചേരുമ്പോൾ വലിയ ആശയങ്ങളും അളവുകളുമായി മാറുന്നു. കേവലം 10 അക്കങ്ങൾ കൊണ്ട് അനന്തമായ എണ്ണത്തെയും അളവുകളെയും സൂചിപ്പിക്കാം.

സാധാരണ എണ്ണൽസംഖ്യ മുതൽ കോംപ്ലക്സ് സംഖ്യകൾ വരെ വിപുലീകരിക്കുന്നതും ഇതുപോലെ ലളിതമായതിൽ നിന്ന് സങ്കീർണമായതിലേക്ക് എന്ന രീതിയിലൂടെയാണ്.

പ്രൈമറി ക്ലാസുകളിൽ ഗണിതം അവതരിപ്പിക്കുന്നത് ഇതുപോലെ ലളിതമായ എണ്ണൽ സംഖ്യകൾ, കൂട്ടങ്ങൾ, കൂടുതൽ, കുറവ് എന്നീ ഘടകങ്ങളിൽ കൂടിയും, സങ്കലനം, വ്യവകലനം, എന്നിവയിൽ തുടങ്ങി ഉയർന്ന ക്രിയാശേഷികളിൽ കൂടിയും, ചെറിയ അക്കങ്ങളിൽ തുടങ്ങി അനന്തസംഖ്യകളിലേക്ക് നീണ്ടും, അമൂർത്തവും സങ്കീർണവുമായ യുക്തിചിന്തകളിലേക്കും എന്ന ക്രമത്തിലാണ്.

പാഠപുസ്തകങ്ങളിലെ ഗണിത ഉള്ളടക്കം വിന്യസിച്ചിരിക്കുന്നതും ഇതേ തത്വത്തിലൂന്നിയാണ്. ഒന്നാം ക്ലാസിൽ ഏറ്റവും ലളിതമായ കൂട്ടങ്ങൾ, കൂടുതൽ, കുറവ് എന്നിങ്ങനെ 20 വരെയുള്ള സംഖ്യാബോധത്തിലും രണ്ടാം ക്ലാസിൽ അല്പം കൂടി ഉയർന്ന് 100 വരെയും തുടർന്നുള്ള ഓരോ ക്ലാസിലും ഗണിത പഠനതലത്തിന്റെ ഉയർച്ചയും വ്യാപ്തിയും പടിപടിയായി വർദ്ധിപ്പിക്കുന്നു.

അങ്കഗണിത പാഠങ്ങളുടെ സ്പൈറലിങ്

ഓരോ ക്ലാസിലും പാഠഭാഗങ്ങളുടെ ഉള്ളടക്കം, വ്യാപ്തി എന്നിവ കുട്ടികളുടെ പ്രായത്തിനും നിലവാരത്തിനുമനുസരിച്ച് ക്രമാനുഗതമായി വർദ്ധിപ്പിക്കും എന്നാണ്. സ്പൈറലിങ് എന്നതു കൊണ്ടുദ്ദേശിക്കുന്നത്. ഒന്നാം ക്ലാസിൽ എണ്ണൽസംഖ്യകൾ എന്ന ചെറിയ ആശയത്തിൽ നിന്ന് തുടങ്ങി ഉയർന്ന ക്ലാസുകളിലേക്ക് അങ്കഗണിതത്തെ വിവിധതരം സംഖ്യകൾ, ഗുണിതങ്ങൾ, ഘടകങ്ങൾ, ചതുഷ്ക്രിയകൾ, ഭിന്നസംഖ്യ, ദശാംശസംഖ്യ, ന്യൂനസംഖ്യ, ശതമാനം, പലിശ, അംശബന്ധം, വർഗവും വർഗമൂലവും തുടങ്ങിയ ഉയർന്ന നിലവാരത്തിൽ ക്രമീകരിച്ചിരിക്കുന്നു. ബീജഗണിതം, ജ്യാമിതി തുടങ്ങി മറ്റ് ഗണിതശാസ്ത്ര ശാഖകളിലേക്കും അങ്കഗണിതത്തെ അനുയോജ്യമായ ക്ലാസുകളിൽ വേർതിരിച്ച് സ്വതന്ത്ര ഉള്ളടക്കമായി മാറ്റുന്നു.

പ്രൈമറി ക്ലാസുകളിലെ പാഠപുസ്തകങ്ങൾ പരിശോധിച്ച്, അങ്കഗണിതത്തിന്റെ വളർച്ച വിവിധ ക്ലാസുകളിൽ എത്രത്തോളം എന്ന് കണ്ടെത്തൂ. അങ്കഗണിതത്തിന്റെ വിവിധ വിഭാഗങ്ങൾ ഏതെല്ലാം ക്ലാസിൽ ആരംഭിക്കുന്നുവെന്നും ഓരോ വിഭാഗവും ഉയർന്ന ക്ലാസുകളിലേക്ക് വരുമ്പോൾ എന്തെല്ലാം വ്യത്യാസങ്ങൾ വരുന്നു എന്നും കണ്ടെത്തൂ. ഓരോ ക്ലാസിലേയും പാഠങ്ങളെ വിശദമായി പരിശോധിച്ച് അപഗ്രഥന റിപ്പോർട്ട്/പ്രോജക്ട് പൂർത്തിയാക്കുമല്ലോ.

പ്രവർത്തനങ്ങൾ

- നിത്യജീവിതത്തിൽ അങ്കഗണിതം ഉപയോഗിക്കുന്ന രണ്ട് പ്രായോഗിക സന്ദർഭങ്ങൾ എഴുതുക.
- സാധാരണ പലിശയുമായി ബന്ധപ്പെടുത്തി അങ്കഗണിത, ബീജഗണിത ബന്ധം രൂപപ്പെടുത്തുക. ഒരു ഉദാഹരണത്തിലൂടെ ഈ ആശയം വ്യക്തമാക്കുക.
- അർത്ഥപൂർണമായ ആശയരൂപീകരണത്തിലൂടെ യുക്തിചിന്ത വികസിക്കുന്നരീതിയിലാണ് അങ്കഗണിത പഠന സമീപനം രൂപപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നത്. ഒരു അങ്കഗണിത പഠനസമീപനം എഴുതി ഉദാഹരണത്തിലൂടെ ഇത് വ്യക്തമാക്കുക.
- ഒരു നിശ്ചിത തുക ഒരു പ്രത്യേക അനുബന്ധത്തിൽ 3 പേർക്കായി വീതിച്ചു നൽകുന്നതിനുള്ള ഒരു പ്രായോഗികപ്രശ്നം എഴുതുക. ഇത് പ്രശ്നപരിഹരണം നടത്തുന്നതിന് സ്വീകരിക്കാവുന്ന രീതിശാസ്ത്രം അങ്കഗണിത പഠന സമീപനത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ വിശദീകരിക്കുക.
- 'രണ്ട് ഒരു ഭാജ്യസംഖ്യയാണോ' എന്ന കുട്ടിയുടെ ചോദ്യത്തെ ആശയ വ്യക്തതയോടെ എങ്ങനെ വിശദീകരിക്കും?
- സ്പൈറലിംങ് രീതി എന്ത്? അങ്കഗണിത പാഠങ്ങൾ സ്പൈറലിംങ് രീതി അനുസരിച്ച് ക്രമീകരിക്കുമ്പോൾ ശ്രദ്ധിക്കേണ്ട ഘടകങ്ങൾ എന്തെല്ലാമാണ്?

യൂണിറ്റ് 2

ജ്യാമിതീയ പഠനം

ആമുഖം

ജ്യാമിതി, ഗണിതത്തിലെ ഒരു സുപ്രധാന മേഖലയാണ്. നമുക്ക് ചുറ്റും കാണുന്ന വസ്തുക്കളുടെ ആകൃതി, വലിപ്പം, നിറം എന്നിവയെ അടിസ്ഥാനമാക്കിയാണ് പ്രാഥമിക ജ്യാമിതി പഠനം ആരംഭിക്കുന്നത്. വസ്തുക്കളുടെ ആകൃതിയുടെ പേരുകളും പ്രത്യേകതകളും പ്രായോഗികമായി അനുഭവങ്ങളിലൂടെ ആർജിക്കുന്നതിനുള്ള അവസരം ജ്യാമിതീയ പഠനത്തിലൂടെ ലഭിക്കുന്നു. പ്രായോഗിക ജീവിതത്തിൽ നാം ഉപയോഗിക്കുന്ന വിവിധ അളവുകൾ, പരപ്പളവ്, ചുറ്റളവ്, ഉള്ളളവ് എന്നിവയും ജ്യാമിതിയുമായി ബന്ധപ്പെട്ടതാണ്. കെട്ടിടനിർമാണം, ഡിസൈനിംഗ്, സർവ്വേ, ചിത്രരചന തുടങ്ങിയ വിവിധ ജീവിത സന്ദർഭങ്ങളിൽ എല്ലാം തന്നെ ജ്യാമിതിയുടെ ആശയങ്ങൾ വ്യാപകമായി ഉപയോഗിക്കുന്നു. 6,7,8 ക്ലാസുകളിൽ ദ്വിമാന ത്രിമാന രൂപങ്ങളുടെ പ്രത്യേകതകൾ, അവയുടെ നിർമാണം എന്നിവ സംബന്ധിച്ച ധാരണ നേടുന്നതിനും അവസരം നൽകിയിട്ടുണ്ട്. സദൃശ്യം, സർവ്വസമത തുടങ്ങിയ സുപ്രധാന ജ്യാമിതീയ ആശയങ്ങളും ചർച്ച ചെയ്യപ്പെടുന്നു. ജ്യാമിതിയുടെ ഭാഗമായി രൂപപ്പെടുത്തുന്ന വിവിധ ചിത്രപാറ്റേണുകളും, മോഡലുകളുടെ നിർമാണവും ഗണിതപഠനത്തിലേക്ക് പഠിതാവിനെ കൂടുതൽ അടുപ്പിക്കുന്നു. യുക്തിപരമായി ചിന്തിക്കുന്നതിനുള്ള പ്രാഥമികമായ ധാരണകളും ജ്യാമിതി പഠനത്തിലൂടെയാണ് കൈവരുന്നത്.

ഉള്ളടക്കം

- ജ്യാമിതീയ ചിന്ത
- ദ്വിമാന, ത്രിമാന രൂപങ്ങൾ
- ജ്യാമിതീയ പദങ്ങൾ, ആശയങ്ങൾ
- ജ്യാമിതിക്ക് മറ്റു ഗണിതമേഖലകളുമായുള്ള ബന്ധം
- സർവ്വസമതയും സാദൃശ്യവും
- ജ്യാമിതിയിലെ സൗന്ദര്യം, ചലനാത്മകത, ജ്യാമിതീയ രൂപങ്ങളുടെ നിർമിതി
- ടെസ്സലേഷൻ
- ജ്യാമിതിയും ജിയോജിബ്രയും

1. ജ്യാമിതീയ ചിന്ത

പ്രൈമറി ക്ലാസിലേക്ക് വരുന്നതിന് മുമ്പ് തന്നെ ജ്യാമിതിയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട് ചില വസ്തുക്കളും, അവയുടെ ആകൃതിയും കുട്ടി പരിചയപ്പെട്ടിട്ടുണ്ടാകും. ചുറ്റുപാടും കാണപ്പെടുന്ന വിവിധ രൂപങ്ങളുടെ ആകൃതി നിരീക്ഷിക്കാനും, വരയ്ക്കാനും, അവയെ തൊട്ടറിയാനുമുള്ള ധാരാളം അവസരങ്ങൾ കുട്ടിയ്ക്ക് ലഭിച്ചിട്ടുണ്ട്. ഈ അനുഭവങ്ങളിൽ നിന്നാണ് ജ്യാമിതീയ പഠനം ആരംഭിക്കേണ്ടത്.

ജ്യാമിതീയ പഠനത്തിന് വിവിധ ചിന്തകളും ധാരാളം രീതികളും ഇതിനകം ഉടലെടുത്തിട്ടുണ്ട്. അതിൽ പ്രധാനപ്പെട്ട ഒരു ചിന്തയാണ് **വാൻഹെയ്ലി (Van Hiele)** എന്ന ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞൻ ജ്യാമിതീയ പഠനത്തിനായി മുന്നോട്ട് വെച്ചത്. അദ്ദേഹത്തിന്റെ കാഴ്ചപ്പാടനുസരിച്ച് ജ്യാമിതീയ പഠനം പുരോഗമിക്കുന്നത് പ്രധാനമായും 5 ഘട്ടങ്ങളിലൂടെയാണ്.

ലെവൽ 1

ദൃശ്യവൽക്കരണം (Visualisation)

ജ്യാമിതീയ പഠനത്തിൽ പ്രാഥമികമായി ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന അനുഭവങ്ങൾ ലഭിക്കുന്നതിന് അവസരം ഒരുക്കണം.

- വിവിധ ജ്യാമിതീയ രൂപങ്ങൾ തിരിച്ചറിയുക, തരംതിരിക്കുക
- രൂപങ്ങളുടെ മാതൃകകൾ നിർമിക്കുക
- ഒരേ ആകൃതിയും വ്യത്യസ്ത വലിപ്പവുമുള്ള രൂപങ്ങളുടെ പ്രത്യേകതകൾ തിരിച്ചറിയുക.
- വിവിധ രൂപങ്ങൾ ചേർത്ത് വച്ച് നിർമാണ പ്രവർത്തനങ്ങളിൽ ഏർപ്പെടുക. പാറ്റേൺ നിർമിക്കുക, തുടങ്ങിയവ.

ലെവൽ 2

വിശകലനം (Analysis)

- ഓരോ രൂപത്തിന്റേയും പ്രത്യേകതകൾ വിശകലനം ചെയ്ത് അവയുടെ സവിശേഷതകൾ കണ്ടെത്തുന്നതിനും, അളക്കുന്നതിനും പ്രാപ്തി കൈവരിക്കുന്നു.
- മാതൃകകളോ, ഐ.സി.റ്റി സാധ്യതകളോ ഉപയോഗപ്പെടുത്തി അവയുടെ പ്രത്യേകത കണ്ടെത്തി ലിസ്റ്റ് ചെയ്യുന്നു.
- ഒരു രൂപത്തിന് എന്തു പ്രത്യേകതയാണുള്ളതെന്ന് ചർച്ച ചെയ്യുന്നു.
- ഓരോ രൂപത്തിന്റേയും പ്രത്യേകതകൾ പരിഗണിച്ച് അവ ഉൾപ്പെടുന്ന പ്രശ്നങ്ങൾ നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുന്നു.
- ആകൃതിക്ക് അനുസരിച്ച് തരംതിരിക്കൽ നിർവഹിക്കുന്നു.

ലെവൽ 3

വേർതിരിച്ചെടുക്കൽ (Abstraction)

- വിവിധ ജ്യാമിതീയ രൂപങ്ങളുടെ സമാനതകളും, വ്യത്യാസങ്ങളും തിരിച്ചറിഞ്ഞ് പ്രത്യേകതകൾ അടിസ്ഥാനപ്പെടുത്തി ഓരോ രൂപവും ഏതെന്ന് സമർത്ഥിക്കുന്നു.
- രൂപങ്ങളുടെ മാതൃകകളും, പ്രത്യേകതകളും ഉപയോഗിച്ച് പ്രസ്തുത രൂപം നിർമിക്കുന്നതിനുള്ള നിബന്ധനകൾ കണ്ടെത്തുന്നു.
- ഒരു രൂപത്തിന്റെ പ്രത്യേകതകൾക്കനുസരിച്ച് പേര് നൽകാനും പേരിനനുസരിച്ച് പ്രത്യേകതകൾ കണ്ടെത്താനും സാധിക്കുന്നു.
- മാതൃകകളും, ചിത്രങ്ങളും ഉപയോഗിച്ച് നിഗമനങ്ങളിൽ എത്തിച്ചേരാൻ സാധിക്കുന്നു. നിഗമനങ്ങളുടെ ആധികാരികത പരിശോധിക്കുന്നതിനും അവസരം ലഭിക്കുന്നു.

ഒരു രൂപത്തിലൂടെ പ്രത്യേകതകൾ എന്തെന്ന് നിർവചിക്കുവാനും ആ രൂപം ഒരു പ്രത്യേക ഗ്രൂപ്പിൽപ്പെട്ടതാണോ അല്ലയോ എന്ന് തീരുമാനിക്കാനും കഴിയുന്നു.

ലെവൽ 4

ഉദ്ഗ്രഥനം (Synthesis)

ഉദ്ഗ്രഥനത്തിന്റെ അർത്ഥം കുട്ടി ഗ്രഹിക്കുന്നത് ഈ തലത്തിലാണ്. നിഗമനചിന്തയിലൂടെ കാര്യകാരണബന്ധങ്ങൾ സമർത്ഥിക്കാനുള്ള കഴിവ് ഈ ഘട്ടത്തിൽ കുട്ടി സ്വായത്തമാക്കുന്നു. യൂക്ലീഡിയൻ

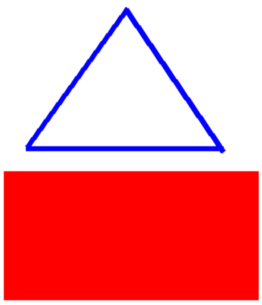
ജ്യാമിതിയെ അടിസ്ഥാനമാക്കിയുള്ള അടിസ്ഥാന പ്രമാണങ്ങൾ, നിർവചനങ്ങൾ, സിദ്ധാന്തങ്ങൾ എന്നിവയും ഈ തലത്തിലാണ് കുട്ടി സ്വാംശീകരിക്കുന്നത്. നിർവചനങ്ങളും, വസ്തുതകളും ഉപയോഗിച്ച് സിദ്ധാന്തങ്ങൾക്ക് തെളിവുകൾ നൽകാൻ സാധിക്കുന്നു.

ലെവൽ 5

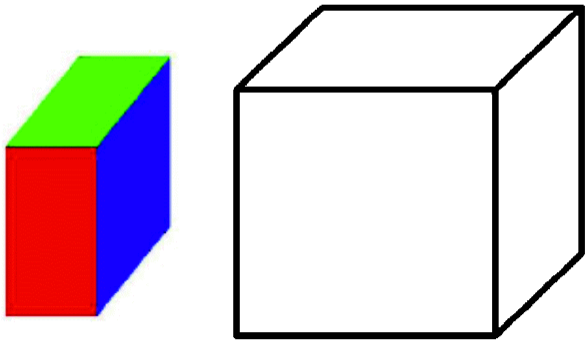
ചിന്തയുടെ കാഠിന്യം (Rigor)

ജ്യാമിതിയമേഖലകളിലെ സിദ്ധാന്തങ്ങൾ ഒരു ഗവേഷകതലത്തിൽ എത്തുന്നത് ഈ ഘട്ടത്തിലാണ്. ജ്യാമിതിയുടെ ഉയർന്ന മേഖലകളിൽ പ്രവർത്തിക്കുന്നതിനുള്ള അവസരങ്ങൾ ഒരുക്കുക. ഈ രീതിയിൽ പുസ്തകങ്ങൾ, 'e - അറിവ്' എന്നിവയുടെ സഹായത്തോടെ മറ്റു ജ്യാമിതീയ ചിന്താരീതികൾ പരിചയപ്പെടേണ്ടതാണ്.

2. ദ്വിമാന, ത്രിമാന രൂപങ്ങൾ



ദ്വിമാന രൂപങ്ങൾ



ത്രിമാന രൂപങ്ങൾ

തന്റെ ചുറ്റുപാടും കാണുന്ന വസ്തുക്കളിൽ ജ്യാമിതീയ രൂപങ്ങൾ കണ്ടെത്തി തിരിച്ചറിയാനുള്ള കഴിവ് പ്രൈമറി ക്ലാസുകളിൽ കുട്ടികൾ നേടിയിട്ടുണ്ട്. അത്തരം രൂപങ്ങളായ ത്രികോണം, ചതുരം, സമചതുരം, വൃത്തം എന്നിവയെക്കുറിച്ച് പല തലങ്ങളിലും ചർച്ച ചെയ്തിട്ടുണ്ട്. ഇത്തരം ജ്യാമിതീയ രൂപങ്ങളുടെ ദ്വിമാന ചിത്രങ്ങൾ വരയ്ക്കാനും, അവയുടെ വലിപ്പചെറുപ്പങ്ങൾ താരതമ്യം ചെയ്യാനും ഉള്ള കഴിവുകൾ പഠിതാക്കൾ ആർജിച്ചിട്ടുണ്ട്. അതോടൊപ്പം തന്നെ ജ്യാമിതീയരൂപങ്ങളുടെ ചലനാത്മകത ആസ്വദിക്കാനുള്ള അവസരവും ഉണ്ടായിട്ടുണ്ട്.

ത്രിമാന രൂപങ്ങളെ (വസ്തുക്കളെ) നേരിട്ട് കാണാനും അവയുടെ പ്രത്യേകതകൾ തിരിച്ചറിയാനുമുള്ള അവസരമാണ് ക്ലാസ് മുറിയിൽ ഉണ്ടാകേണ്ടത്.

"തീപ്പെട്ടി ചതുരമാണ്, മേശ ചതുരമാണ്, ഡൈസ് സമചതുരമാണ്" എന്ന് പറയുന്ന ധാരാളം കുട്ടികൾ ഉണ്ട്. കാർഡ്ബോർഡിൽ വെട്ടിയെടുത്ത ചതുരവും സമചതുരവും തീപ്പെട്ടി, ഇഷ്ടിക, ഡൈസ്, പോസ്റ്റ്കാർഡ്, ക്ഷണക്കത്ത് ഇവ താരതമ്യം ചെയ്ത് ദ്വിമാനരൂപവും ത്രിമാനരൂപവും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം തിരിച്ചറിയാൻ ആരംഭഘട്ടത്തിൽ തന്നെ ക്ലാസ്മുറിയിൽ അവസരം ഒരുക്കണം.

രണ്ട് ത്രിമാന രൂപങ്ങളെ താരതമ്യം ചെയ്യുമ്പോൾ അവ ഓരോന്നിന്റേയും പ്രത്യേകതകൾ തിരിച്ചറിഞ്ഞ് ക്രമേണ അവയുടെ പേരുകളിലേക്ക് എത്തിപ്പെടുന്നതാണ് അഭികാമ്യം.

ഉദാഹരണം :

- മുകളിൽ കൊടുത്ത രണ്ട് ത്രിമാനരൂപങ്ങളും പരിശോധിച്ച് സാമ്യവ്യത്യാസങ്ങൾ പറയുക.
- കുട്ടികളുടെ പ്രതികരണങ്ങൾ എങ്ങനെയൊക്കെ ആകാം?

– രണ്ടിലും എല്ലാ ഭാഗത്തും സമനിരപ്പാണ്

- ഒന്ന് ഉയരം കൂടുതലാണ്
- ഒന്നിന്റെ വശം വലുതാണ്.
- ഒന്നിൽ ചതുരങ്ങളും സമചതുരങ്ങളും ഉണ്ട്. എന്നാൽ മറ്റൊന്നിൽ സമചതുരം മാത്രം.
- രണ്ടിനും 6 മുഖങ്ങൾ ഉണ്ട്.
-
-
-

ചാർട്ട് പേപ്പർ ഉപയോഗിച്ച് ചതുരക്കട്ടയും, സമചതുരക്കട്ടയും നിർമ്മിക്കുമ്പോൾ, കട്ടയുടെ അളവുകൾക്ക് അനുയോജ്യമായ ജ്യാമിതീയ രൂപങ്ങളുടെ ദ്വിമാനചിത്രമാണ് ആദ്യം ചാർട്ട് പേപ്പറിൽ വരയ്ക്കേണ്ടത്. ആ രൂപം മുറിച്ച് മടക്കി കുട്ടികൾ ത്രിമാനരൂപം നിർമ്മിക്കട്ടെ.

3. ജ്യാമിതീയ പദങ്ങൾ, ആശയങ്ങൾ

അനേകം വസ്തുതകളിലൂടെയാണ് ഗണിതത്തിന്റെ ഒരു ആശയം രൂപപ്പെടുന്നത്. ഓരോ വസ്തുതയും സ്വായത്തമാക്കുമ്പോൾ അതിൽ അടങ്ങിയിരിക്കുന്ന പദങ്ങളെക്കുറിച്ചും വ്യക്തത ഉണ്ടാവേണ്ടതുണ്ട്.

ഉദാഹരണമായി

ചതുരം എന്ന ആശയത്തിലേക്ക് കുട്ടിയെ നയിക്കുന്നത്.

- ചതുരത്തിന് 4 വശങ്ങൾ ഉണ്ട്.
- ചതുരത്തിന് 4 കോണുകൾ ഉണ്ട്.
- ഓരോ കോണും മട്ടകോണാണ്
-
-

ഈ വസ്തുതകളിൽ പഠിതാവ് സ്വാംശീകരിക്കേണ്ട പ്രധാന പദങ്ങളാണ്. കോൺ, മട്ടം തുടങ്ങിയവ. മട്ടം എന്നത് കേവലം ഒരു പദമായിട്ടല്ല, അത് തന്നെ ഒരു ആശയമാണ്. മട്ടകോണിനെ ഉപയോഗിച്ചാണ് കോണുകൾക്ക് പേര് നൽകുന്നത് തന്നെ. ഇതുപോലെ 6,7,8 ക്ലാസുകളിൽ മറ്റു ജ്യാമിതീയ യൂണിറ്റുകളുമായി ബന്ധപ്പെട്ടു വരുന്ന പദങ്ങൾ, ആശയങ്ങൾ എന്നിവ കണ്ടെത്താനുള്ള അവസരം ക്ലാസിൽ ഒരുക്കേണ്ടതുണ്ട്. ഇതിന്

- 6, 7, 8 ക്ലാസുകളിലെ ജ്യാമിതിയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട് ഒരു ഗണിത നിഘണ്ടു തയാറാക്കാനുള്ള പ്രവർത്തനം നല്കാവുന്നതാണ്.
- ജിയോജിബ്ര സോഫ്റ്റ്‌വെയറിലെ സ്ലൈഡർ സങ്കേതത്തിലൂടെ തയാറാക്കുന്ന ജ്യാമിതി രൂപങ്ങളുടെ ചലനാത്മകത ആസ്വദിക്കുകയും പ്രവർത്തിപ്പിക്കുകയും ചെയ്യുക.

പാഠഭാഗങ്ങളിലൂടെ

ജ്യാമിതിയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട വിവിധ ആശയമേഖലകളാണ് ഈ സെമസ്റ്ററിൽ ചർച്ച ചെയ്യുന്നത്. ഐ.സി.ടി സാധ്യത വളരെയധികം പ്രയോജനപ്പെടുത്താവുന്ന ഒരു മേഖലയാണ് ജ്യാമിതി. അതുകൊണ്ടുതന്നെ ജിയോജിബ്ര ഉപയോഗപ്പെടുത്തി പഠനപ്രവർത്തനങ്ങൾ തയ്യാറാക്കുന്നതിനുള്ള നൈപുണിയും അധ്യാപക വിദ്യാർത്ഥി ആർജിക്കേണ്ടതുണ്ട്.

പ്രധാനമായവ ചുവടെ ചേർക്കുന്നു.

- 6 -ാം ക്ലാസിലെ കോണുകൾ അത് അളക്കുകയും വരക്കുകയും ചെയ്യുന്ന വിധം
- ചതുരക്കട്ടയുടെ വ്യാപ്തം
- ഏഴാം ക്ലാസിലെ സമാന്തരവരകൾ
- സമാനകോണുകൾ, മറുകോണുകൾ, സഹകോണുകൾ
- ത്രികോണങ്ങളുടെ കോണുകളുടെ തുക
- മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ്
- ത്രികോണങ്ങളുടെ നിർമ്മിതി
- ജ്യാമിതീയ രൂപങ്ങളുടെ നിർമ്മാണത്തിൽ ജിയോജിബ്രയുടെ സാധ്യതകൾ
- പൈഥഗോറസ് പ്രമാണം
- സ്ലൈഡർ ഉപയോഗിച്ച് രൂപങ്ങൾ ചലിപ്പിക്കൽ
- വിവിധ രൂപങ്ങൾ നിർമിക്കൽ
- വൃത്തചിത്രങ്ങൾ
- എട്ടാം ക്ലാസിലെ സർവ്വസമ ത്രികോണങ്ങൾ
- ചതുർഭുജങ്ങളുടെ നിർമ്മിതി
- ചതുർഭുജങ്ങളുടെ പരപ്പളവ്
- സ്തംഭങ്ങൾ അവയുടെ പ്രത്യേകതകൾ, ഉപരിതല പരപ്പളവ്, വ്യാപ്തം

ജ്യാമിതിയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട് അപ്പർപ്രൈമറി ക്ലാസുകളിൽ പഠനത്തിന് വിധേയമാക്കേണ്ടത്.

നൈപുണികൾ

- വരയ്ക്കൽ,
- അളക്കൽ,
- കൃത്യതയോടും സൂക്ഷ്മതയോടും കൂടി ഉപകരണങ്ങൾ കൈകാര്യം ചെയ്യൽ,
- ഐ.സി.ടി. സാധ്യത പ്രയോജനപ്പെടുത്തൽ,
- നിർമാണ പ്രവർത്തനങ്ങളിലേർപ്പെടൽ,
- ജീവിത സന്ദർഭങ്ങളിൽ ജ്യാമിതിയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട തത്വങ്ങൾ പ്രയോഗിക്കൽ

തുടങ്ങിയ നൈപുണികളാണ് പ്രധാനമായും ഐസിടി ഉപയോഗിച്ചുള്ള ജ്യാമിതീയ പഠനംകൊണ്ട് കുട്ടി നേടേണ്ടത്. അതിന് ഉപയുക്തമായ ക്ലാസ്റൂം അനുഭവങ്ങൾ കുട്ടിക്ക് ലഭിക്കേണ്ടതുണ്ട്. ഇത് നേടണമെങ്കിൽ ടീച്ചർ കൃത്യമായി ആസൂത്രണം നടത്തേണ്ടതാണ്. ബോധനശാസ്ത്രപരമായ അപഗ്രഥനത്തിന്റെയും പാഠാസൂത്രണത്തിന്റേയും മാതൃകകൾ കുട്ടിയ്ക്ക് പരിചയപ്പെടാനുള്ള അവസരം ഒരുക്കണം. ഐ.സി.ടി സാധ്യത ഉപയോഗിച്ച് ജ്യാമിതിയുടെ ചലനാത്മകത ബോധ്യപ്പെടുത്താൻ കഴിയും. അതിനു അവസരവും കുട്ടിയ്ക്ക് ലഭിയ്ക്കണം.

താഴെ പറയുന്ന രീതിയിലാവണം ഓരോ യൂണിറ്റും വിശകലന വിധേയമാക്കേണ്ടത്

- പ്രധാന ആശയങ്ങൾ ഇവയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട വസ്തുതകളും പദങ്ങളും കണ്ടെത്തൽ
- ആശയങ്ങളുടെ ക്രമം, വളർച്ച
- സിദ്ധാന്തങ്ങൾ തെളിവുകൾ.
- പഠനോപകരണങ്ങൾ കണ്ടെത്തൽ, നിർമിക്കൽ (Refer School Maths Lab SCERT)

- ചലനാത്മകത തിരിച്ചറിയാനുള്ള പ്രവർത്തനങ്ങൾ
- പ്രായോഗികപ്രശ്നങ്ങൾ കണ്ടെത്തൽ, നിർദ്ധാരണം ചെയ്യൽ
- പ്രോജക്ട് സെമിനാറുകൾ എന്നിവയ്ക്ക് അനുയോജ്യമായ പഠനസന്ദർഭങ്ങൾ തെരഞ്ഞെടുക്കൽ, നടപ്പാക്കൽ
- ജ്യാമിതിയുടെ സൗന്ദര്യാത്മകത വളർത്തുന്ന പ്രവർത്തനങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക, പതിപ്പ് നിർമ്മിക്കുക (Geometrical Chart, Models, Tangram etc)
- ജ്യാമിതിയും ഗണിതത്തിലെ മറ്റു മേഖലകളും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം തിരിച്ചറിയൽ

4. മറ്റ് ഗണിത മേഖലകളുമായുള്ള ബന്ധം

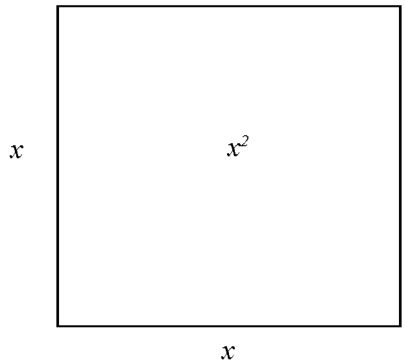
അങ്കഗണിതം, ബീജഗണിതം, ജ്യാമിതി എന്നിങ്ങനെ ഗണിതത്തെ പൊതുവെ മൂന്നു മേഖലകളായി തരംതിരിക്കാമെങ്കിലും എല്ലാ മേഖലകളും തമ്മിൽ പരസ്പരബന്ധമുണ്ട്. അങ്കഗണിതത്തിലേയും ബീജഗണിതത്തിലേയും മിക്ക ആശയങ്ങളേയും ജ്യാമിതിയുമായി ബന്ധപ്പെടുത്താം.

ബീജഗണിതവും ജ്യാമിതിയുമായുള്ള ബന്ധം ഒരു ഉദാഹരണത്തിലൂടെ പരിശോധിക്കാം.

x ഒരു എണ്ണൽസംഖ്യ ആണെങ്കിൽ

$x\ (x + 2) = x^2 + 2x$ എന്നതിനെ ജ്യാമിതിയിലൂടെ വിശദീകരിക്കാം.

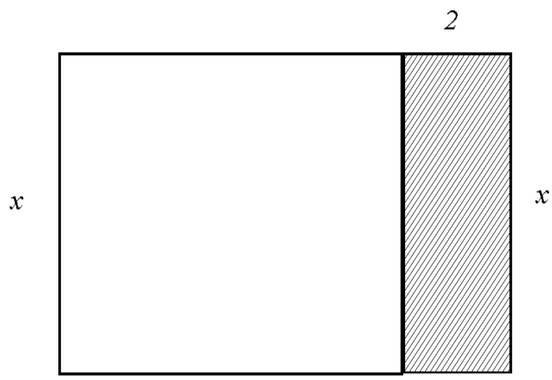
വശങ്ങളുടെ നീളം x ആയ ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് x^2 ആണല്ലോ.



ഈ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം നീട്ടി, അല്പം കൂടി വലിയ ഒരു ചതുരം ഉണ്ടാക്കിയാലോ? കൂട്ടിയ നീളം 2 യൂണിറ്റ് ആണെങ്കിൽ പുതിയ ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം $x + 2$ ഉം വീതി x ഉം ആണ്.

അപ്പോൾ പുതിയ ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ്

$x\ (x + 2)$ ആണല്ലോ.



ചിത്രത്തിൽ നിന്ന് ഈ വലിയ ചതുരം ആദ്യത്തെ സമചതുരവും മറ്റൊരു ചതുരവും ചേർന്നതാണ് എന്ന് കാണാം. ഇവയുടെ പരപ്പളവുകൾ x^2, $2x$ ആണ്.

വലിയ ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് ഈ പരപ്പളവുകളുടെ തുകയാണ്.

അതായത്

$x(x + 2) = x^2 + 2x.$

കൂടുതൽ ഉദാഹരണങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക.

അങ്കഗണിതവുമായുള്ള ബന്ധം

സമചതുരക്കട്ടകൾ ഉപയോഗിച്ച് 'ശരാശരി' എന്ന ആശയം പഠിതാക്കളിൽ എത്തിക്കാൻ കഴിയും.

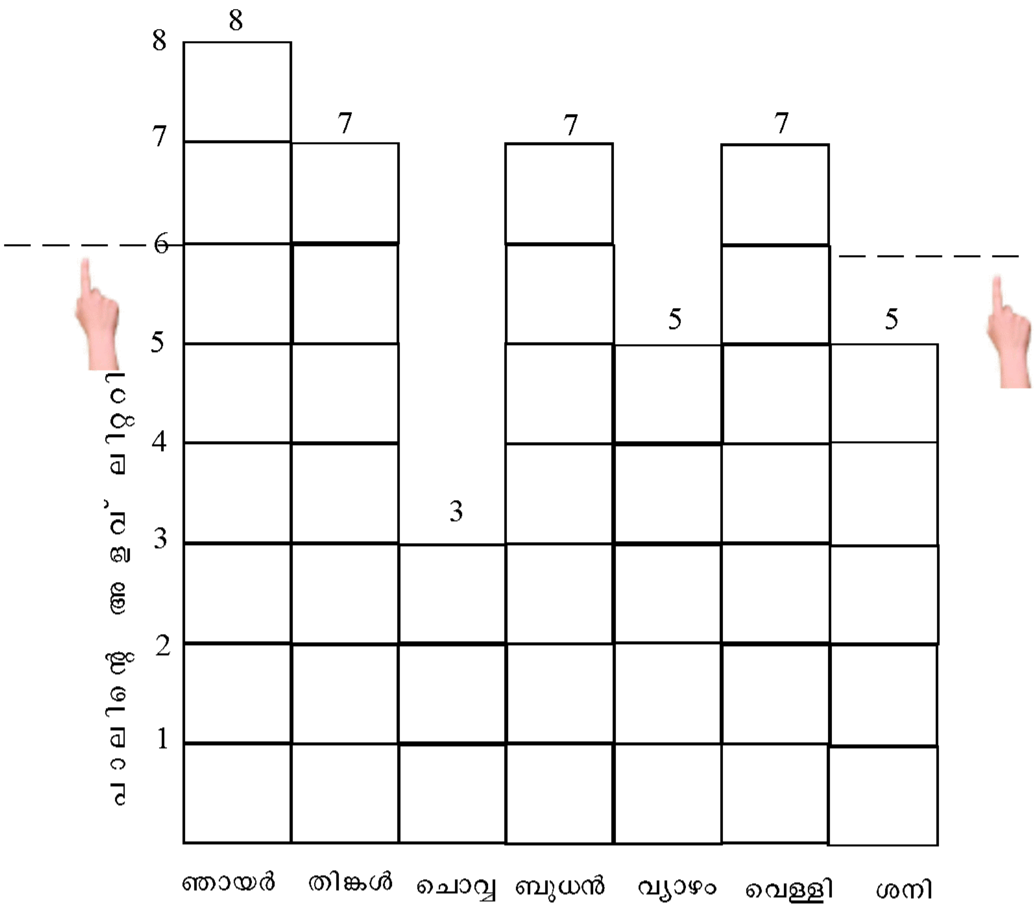
ഉദാ :

ഒരു ആഴ്ചയിൽ ഒരു പശുവിൽ നിന്ന് ലഭിച്ച പാൽ ഇപ്രകാരമാണ്.

ഞായർ	–	8 ലിറ്റർ
തിങ്കൾ	–	7 ലിറ്റർ
ചൊവ്വ	–	3 ലിറ്റർ
ബുധൻ	–	7 ലിറ്റർ
വ്യാഴം	–	5 ലിറ്റർ
വെള്ളി	–	7 ലിറ്റർ
ശനി	–	5 ലിറ്റർ

എന്നാൽ പശുവിന് ഒരു ദിവസം ലഭിക്കുന്ന പാൽ എത്രയാണ്.

ഈ പ്രശ്നത്തെ ചിത്രീകരിക്കാൻ സമചതുരക്കട്ടകൾ ഉപയോഗിക്കാം.



ഇവിടെ ഒരു ദിവസത്തെ പാൽ എന്നത് ശരാശരി പാൽ ആണല്ലോ.

ചിത്രത്തിലെ കളങ്ങളെ ഒരേ ഉയരത്തിൽ ക്രമീകരിച്ചാൽ ഒരു വരിയിൽ എത്ര കട്ടകൾ ഉണ്ടാകും? ഇത് എന്തിനെയാണ് സൂചിപ്പിക്കുന്നത്?

അതായത് ശരാശരി പാൽ $= \dfrac{8+7+3+7+5+7+5}{7}$

$= \dfrac{42}{7} = 6$ ലിറ്റർ

ചിത്രത്തിൽ 6 കട്ടയാണ് ശരാശരി ലെവൽ ഈ ലെവലിന് മുകളിലുള്ള കട്ടകളെക്കൊണ്ട് ലെവലിന് താഴെയുള്ള വിടവുകൾ പൂർത്തിയാക്കാൻ കഴിയും. അതായത്

അങ്ങിനെ പൂർത്തിയാക്കിയാൽ നമുക്ക് അവിടെ ഒരു ചതുരമാണ് ലഭിക്കുന്നത്. അതിന്റെ വശങ്ങൾ ശരാശരിയായ 6 ഉം, ദിവസങ്ങളായ 7 ഉം ആണ്.

പ്രവർത്തനം

- 6,7,8 ക്ലാസുകളുടെ ടെക്സ്റ്റ്ബുക്ക് ടീച്ചർ ടെക്സ്റ്റ് എന്നിവ പരിശോധിച്ച് ജ്യാമിതിയുമായി ബന്ധപ്പെടുത്താൻ പറ്റുന്ന മറ്റ് ഗണിത ശാസ്ത്ര മേഖലകൾ കണ്ടെത്തുക.
- ഭാജ്യഅഭാജ്യ സംഖ്യകളുടെ പ്രത്യേകതകൾ ജ്യാമിതിയ രീതിയിൽ എങ്ങനെ അവതരിപ്പിക്കും?

5. സർവ്വസമതയും സാദൃശ്യവും

വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ താരതമ്യം ചെയ്ത് ഒരേ ആകൃതിയിലുള്ള രണ്ട് രൂപങ്ങളുടെ വലിപ്പ ചെറുപ്പങ്ങൾ കണ്ടെത്താനുള്ള കഴിവ് കുട്ടികൾ നേടിയിട്ടുണ്ട്. ഇത്തരം സന്ദർഭങ്ങളിൽ ചുറ്റളവ് തുല്യമാകുമ്പോൾ പരപ്പളവ് വ്യത്യാസപ്പെടുകയും, പരപ്പളവ് തുല്യമാകുമ്പോൾ ചുറ്റളവ് വ്യത്യാസപ്പെടുകയും, ചെയ്യുന്ന അവസ്ഥ പഠിതാവിന് അനുഭവപ്പെട്ടിട്ടുണ്ട്.

ഒരേ ആകൃതിയിലുള്ള രണ്ട് രൂപങ്ങളുടെ വശങ്ങളുടേയും കോണുകളുടേയും അളവുകളുടെ തുല്യമാകുന്നതിനെക്കുറിച്ചും ചിന്തിക്കേണ്ടതുണ്ട്. ഇത്തരം ചിന്തകളാണ് ജ്യാമിതീയ രൂപങ്ങളുടെ സർവ്വസമതയിലേക്കും സദൃശ്യത്തിലേക്കും നയിക്കേണ്ടത്.

ത്രികോണങ്ങളുടെ സർവ്വസമതയും അതുമായി ബന്ധപ്പെട്ട തത്വങ്ങളുടെ രൂപീകരണവും പ്രയോഗ സാധ്യതകളുമാണ് ആദ്യമായി ഇവിടെ പരിഗണിക്കേണ്ടത്. ഉദാഹരണങ്ങളിലൂടെ പൊതു തത്ത്വത്തിൽ എത്തിച്ചേരുന്നതിൽ നിന്നും വിഭിന്നമായി പല ഗണിതാശയങ്ങളേയും നിഗമനീകമായി സമർത്ഥിക്കാൻ സർവ്വസമത വളരെയധികം പഠിതാവിനെ സഹായിക്കുന്ന ഒരു ഘട്ടത്തിലേക്ക് ജ്യാമിതിയുടെ പഠനം മാറുകയാണ്.

ത്രികോണപ്പൊരുത്തം

ഒരു ജോഡി ത്രികോണങ്ങൾ സർവ്വസമാവുന്നത് എങ്ങനെയെന്ന് നേരിട്ട് അനുഭവിക്കാനുള്ള അവസരമുണ്ടാക്കുകയാണ് അധ്യാപക വിദ്യാർത്ഥി ചെയ്യേണ്ടത്. ഇരുപുറവും വ്യത്യസ്ത കളറുള്ള പേപ്പറിൽ ഒരേപോലുള്ള 2 ത്രികോണങ്ങൾ വെട്ടിയെടുക്കുക. പിന്നീട് 2 ത്രികോണങ്ങളും പല രീതിയിൽ ചേർത്ത് വെച്ച് പരിശോധിക്കാനുള്ള അവസരം നല്കണം. ഒരേ കളർ ചേർത്ത് വെച്ച് 3 രീതിയിലും വ്യത്യസ്ത കളർ ചേർത്ത് വെച്ച് 3 രീതിയിലും പൊരുത്തം പരിശോധിക്കാം. ഒരു ത്രികോണം മറ്റൊരു ത്രികോണത്തിൽ കൃത്യമായി ചേർത്ത് നില്ക്കുമ്പോഴാണ് അത് സർവ്വസമമാകുന്നത്.

6 ചേർത്ത് വെക്കലുകളിൽ സർവ്വസമമായ ഒരു ഘട്ടത്തിലാണ് 3 ജോഡി കോണുകളും, 3 ജോഡി വശങ്ങളും തുല്യമായി വരുന്നത്. ഈ ആശയഗ്രഹണത്തിന് ശേഷം മാത്രമേ അവയ്ക്ക് പേര് നല്കി പട്ടികപ്പെടുത്തേണ്ടതുള്ളൂ.

- തുടർന്ന് താഴെപ്പറയുന്ന ധാരണയിൽ എത്തിച്ചേരേണ്ടതാണ്. തുല്യമായ വശങ്ങൾക്ക് എതിരെയുള്ള കോണുകളാണ് തുല്യമായി വരുന്നത്.
- ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ 3 കോണുകളും മറ്റൊരു ത്രികോണത്തിന്റെ 3 കോണുകളും തുല്യമായാൽ ത്രികോണങ്ങൾ സർവ്വസമമാകണമെന്നില്ല.
- രണ്ടു ത്രികോണങ്ങൾ സർവ്വ സമമാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുന്നതിന് ഇവയുടെ 3 കോണുകളും 3 വശങ്ങളും പരസ്പരം തുല്യമാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കേണ്ടതില്ല.

ഈ വസ്തുതകളിലൂടെ വേണം മറ്റ് ആശയത്തിലേക്ക് എത്തിച്ചേരാൻ (Refer TT page 39 VIII)

6. ജ്യാമിതിയിലെ സൗന്ദര്യം, ചലനാത്മകത, ജ്യാമിതീയ രൂപങ്ങളുടെ നിർമിതി

ജ്യാമിതീയ ചിത്രങ്ങൾ വരച്ച് വിവിധ രൂപങ്ങൾ/ചിത്രങ്ങൾ രൂപപ്പെടുത്തി സൗന്ദര്യം ആസ്വദിക്കുക. ചലനാത്മകത വ്യക്തമാക്കുന്ന ഉദാഹരണങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക.

ജ്യാമിതീയ രൂപങ്ങളുടെ നിർമിതി

വിവിധ ജ്യാമിതീയ രൂപങ്ങളായ ചതുരം, സമചതുരം, സാമാന്തരികം, ലംബകം, സമപാർശ്വലംബകം, മറ്റു ചതുർഭുജങ്ങൾ എന്നിവയുടെ പ്രത്യേകതകൾ മനസ്സിലാക്കാനും ഈ രൂപങ്ങൾ വരയ്ക്കാനും അധ്യാപക വിദ്യാർത്ഥിയ്ക്ക് കഴിയണം.

ഓരോ രൂപങ്ങൾ നിർമ്മിക്കുമ്പോഴും അതിനുതൊട്ടുമുമ്പ് കുട്ടി നിർമ്മിച്ച രൂപത്തിൽ നിന്നും ആശയം ഉൾക്കൊണ്ടു വേണം പുതിയ രൂപം നിർമ്മിക്കാൻ ഇതിലൂടെ ഓരോ രൂപത്തിനും മുമ്പ് നിർമ്മിച്ച രൂപത്തിൽ നിന്നും എന്ത് പ്രത്യേകത കൂടിയുണ്ട്. പുതിയ രൂപത്തിന് എന്ന് കുട്ടി കണ്ടെത്തണം. ഉദാഹരണമായി സമാന്തരികം വരയ്ക്കുമ്പോൾ ചതുരത്തിൽ നിന്നും വ്യത്യസ്തമായി എന്ത് പ്രത്യേകതകളാണ് സാമാന്തരികത്തിനുള്ളത് എന്ന് കുട്ടി തിരിച്ചറിയണം.

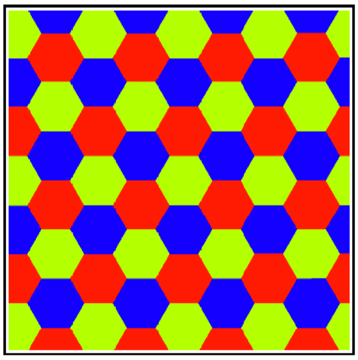
കേവലം ഒറ്റപ്പെട്ട രൂപങ്ങളുടെ നിർമ്മാണമല്ല പകരം ഒരു രൂപത്തെ/വസ്തുവിനെ സമഗ്രമായി കണ്ട് അത് സർഗത്മകയായി വരയ്ക്കാൻ വേണ്ട സന്ദർഭങ്ങൾ ഒരുക്കേണ്ടതുണ്ട്.

പ്രവർത്തനങ്ങൾ

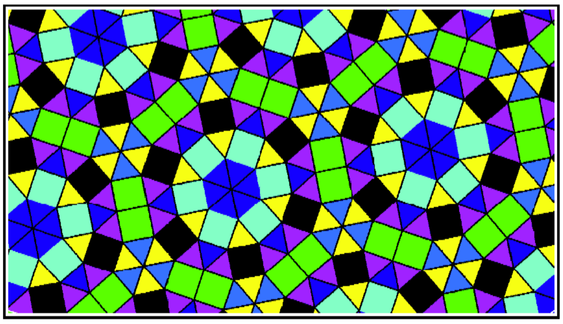
- സ്കൂൾ മുറ്റത്ത് ഒരു പൂന്തോട്ടം രൂപകല്പന ചെയ്യാനുള്ള പ്ലാൻ തയാറാക്കൽ
- ഒരു ചെറിയ കുടുംബത്തിന് താമസിക്കാൻ അനുയോജ്യമായ ഒരു വീടിന്റെ പ്ലാൻ തയാറാക്കൽ
- ഒരു ജ്യാമിതീയ പൂക്കളം നിർമ്മിക്കാൻ അനുയോജ്യമായ പാറ്റേൺ വരയ്ക്കൽ

7. ടെസ്സലേഷൻ (Tessellation)

ഒന്നോ ഒന്നിലധികമോ രൂപങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് നിർമ്മിക്കുന്ന പാറ്റേണുകളാണ് ടെസ്സലേഷൻ അഥവാ 'ടൈലിങ്'. ഇതിൽ ഒന്നിന് മേൽ മറ്റൊന്ന് വരാനോ വിടവ് ഉണ്ടാക്കാനോ പാടില്ല. ചിത്രം നോക്കുക.



ചിത്രം. 1



ചിത്രം. 2

ചിത്രം. 3

പുരാതന കെട്ടിടങ്ങളിലുൾപ്പെടെ ഭംഗിക്കായി വിവിധ ടെസ്സലേഷനുകൾ ഉപയോഗിച്ചിട്ടുണ്ട്.

ടെസ്സലേഷനുകൾ ക്രമമായതും അർദ്ധക്രമമായതുമുണ്ട്.

ക്രമമായ സമബഹുഭുജങ്ങൾ ക്രമീകരിക്കുന്നതാണ് ക്രമ ടെസ്സലേഷൻ (ചിത്രം 1)

ഉദാ:- സമഭുജത്രികോണം, സമചതുരം, സമപഞ്ചഭുജം, സമഷഡ്ഭുജം മുതലായ ഏതെങ്കിലും ഒരു രൂപം മാത്രം ഉപയോഗപ്പെടുത്തി നിർമ്മിക്കുന്നവയാണ് ക്രമ ടെസ്സലേഷനുകൾ. എന്നാൽ അർദ്ധക്രമമായ ടെസ്സലേഷനിൽ വ്യത്യസ്തങ്ങളായ ധാരാളം സമബഹുഭുജങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു (ചിത്രം 2).

ക്രമരഹിത ടെസ്സലേഷനിൽ സമബഹുഭുജങ്ങളാല്ലാതെ ഒന്നിനുമേൽ മറ്റൊന്ന് വരാതെ വിടവുണ്ടാവാതെ ക്രമീകരിക്കുന്നു (ഉദാ ചിത്രം 3).

ടെസ്സലേഷനുകളിൽ സാധാരണയായി മൂന്ന് തരം ക്രമീകരണങ്ങളാണ് ഉപയോഗിക്കുന്നത്.

(i) Translation ഒരേ രൂപങ്ങൾ ഒരു നിശ്ചിതക്രമത്തിൽ ആവർത്തിക്കുന്നു.

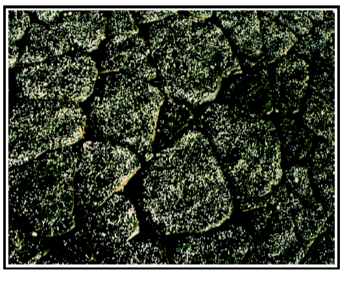
(ii) Rotation ഒരു നിശ്ചിത ക്രമത്തിൽ " Rotate" ചെയ്യുന്നു.

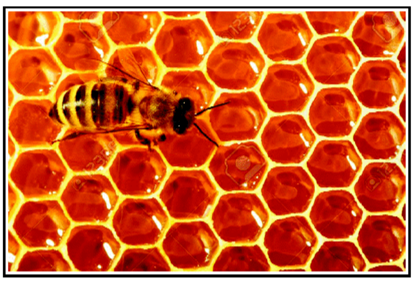
(iii) Reflection പ്രതിബിംബരൂപത്തിൽ ക്രമീകരിക്കാൻ (Mirror image)

പ്രകൃതിയിൽ ധാരാളം ടെസ്സലേഷനുകൾ ഉണ്ട്.

ഉദാ :- വിവിധ പാറകൾക്കുള്ളിലെ പാറ്റേണുകൾ.

തേനീച്ച കൂടിന്റെ ക്രമീകരണം.





പ്രവർത്തനങ്ങൾ

- വിവിധ രൂപങ്ങൾ ഉപയോഗപ്പെടുത്തി സൗന്ദര്യാത്മകമായ വിവിധ ടെസ്സലേഷനുകൾ നിർമിക്കുക, വിലയിരുത്തുക.
- വീട്ടുമുറ്റത്തും മുറിയിലും ഏതെല്ലാം തരത്തിലുള്ള ടെസ്സലേഷൻ നിങ്ങൾക്ക് കാണാൻ കഴിയുന്നുണ്ട്? അവയുടെ ഫോട്ടോ എടുത്ത് ഒരു ടെസലേഷൻ പതിപ്പ് തയ്യാറാക്കുക.
- ഇത്തരം പ്രവർത്തനങ്ങളെ അടിസ്ഥാനപ്പെടുത്തിയാണ് വൈവിധ്യമാർന്ന ജ്യോമെട്രിക്കൽ പാറ്റേണുകൾ ഉണ്ടാക്കാനുള്ള പ്രവർത്തനങ്ങളിൽ ഏർപ്പെടേണ്ടത്.

8. ജ്യാമിതിയും ജിയോജിബ്രയും

ജ്യാമിതീയ രൂപങ്ങളുടെ നിർമാണത്തിൽ ഉപയോഗിക്കാവുന്ന ഏറ്റവും അനുയോജ്യമായ ഒരു സോഫ്റ്റ് വെയർ ആണല്ലോ ജിയോജിബ്ര. ജ്യാമിതിയുടെ ചലനാത്മകത എളുപ്പം കണ്ടെത്താൻ അനുയോജ്യമായ നിരവധി സ്ലൈഡറുകൾ നിർമ്മിക്കാൻ കഴിയും. ഈ സോഫ്റ്റ് വെയർ അനായാസം കൈകാര്യം ചെയ്യാനും ഇത് ഉപയോഗിച്ച് വിവിധ ജ്യാമിതീയ രൂപങ്ങൾ നിർമ്മിക്കാനും അധ്യാപക വിദ്യാർത്ഥിയ്ക്ക് കഴിയണം. ഡി.എൽ.എഡ് ന്റെ നാലം സെമസ്റ്റർ കഴിയുമ്പോഴേയ്ക്കും ജിയോജിബ്ര ഉപയോഗിക്കാനും ക്ലാസിൽ പ്രയോഗിക്കാനും അധ്യാപക വിദ്യാർത്ഥി പ്രാവീണ്യം നേടിയിരിക്കണം. ഇതിന് ആവശ്യമായ ജിയോജിബ്ര ക്യാമ്പുകൾ സംഘടിപ്പിക്കേണ്ടതുണ്ട്. ഇതിന്റെ ഉത്പന്നം നിരന്തരവിലയിരുത്തലിൽ പരിഗണിക്കപ്പെടുന്നതാണ് (ഒന്നാം സെമസ്റ്ററിൽ വിശദമായി പ്രതിപാദിച്ചത് നോക്കുക).

പ്രവർത്തനം

ജിയോജിബ്ര ഉപയോഗിച്ച് വിവിധ ജ്യാമിതീയ രൂപങ്ങൾ നിർമ്മിക്കുക. അവ കളർ നൽകി ആകർഷകമാക്കുക.

ഈ യൂണിറ്റിൽ ചർച്ച ചെയ്ത ജ്യാമിതിയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പ്രൈമറിതലത്തിലെ 5 മുതൽ 7 വരെ ക്ലാസുകളിലെ പാഠഭാഗങ്ങൾ വിശകലനം ചെയ്ത് താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവ വിശദീകരിക്കുകയും നിർമ്മാണ പ്രവർത്തനങ്ങളിലേർപ്പെടുകയും ചെയ്യുക.

- ജ്യാമിതിയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ചില ക്രമാനുഗതചിന്തകൾ.
- ദ്വിമാന, ത്രിമാന രൂപങ്ങൾ നിർമ്മിച്ച് അവയുടെ പ്രത്യേകതകൾ കണ്ടെത്തൽ.
- ജ്യാമിതിയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പദങ്ങളും, ആശയങ്ങളും കണ്ടെത്തൽ.
- ജ്യാമിതിയുമായി ബന്ധപ്പെടുത്തി സർവ്വസമതയെ സംബന്ധിച്ചും സദൃശ്യത്തെ സംബന്ധിച്ചും വിശദീകരിക്കൽ
- ജ്യാമിതിയുടെ സൗന്ദര്യം, ചലനാത്മകത, രൂപമാറ്റം എന്നിവയെ സംബന്ധിച്ച് ഉദാഹരണസഹിതം വിശദീകരിക്കൽ.
- ജ്യാമിതീയ രൂപങ്ങളുടെ പരപ്പളവ്, ഉള്ളളവ്, ചുറ്റളവ് എന്നിവ സംബന്ധിച്ച് പ്രശ്നപരിഹരണം നടത്തൽ.
- വിവിധ ജ്യാമിതീയ രൂപങ്ങൾ നിർമ്മിക്കൽ.
- ജ്യാമിതീയ രൂപങ്ങൾ ചേർത്തുവെച്ച് വിവിധങ്ങളായ പാറ്റേണുകളും ടെസ്സലേഷനുകളും നിർമ്മിക്കൽ.
- ജ്യാമിതിയുടെ പഠനത്തിൽ ജിയോജിബ്ര ഉപയോഗപ്പെടുത്തൽ.

യൂണിറ്റ് 3
ബീജഗണിത പഠനം

ആമുഖം

അങ്കഗണിതത്തിന്റെ സാമാന്യവൽകൃത രൂപമായ ബീജഗണിതം ഗണിതത്തിലെ ഒരു സുപ്രധാന ശാഖയാണ്. ദീർഘമായ ഗണിതഭാഷാവാചകങ്ങളെ ലഘൂകരിച്ച് എഴുതുന്നതിന് ബീജഗണിതത്തിലൂടെ സാധിക്കുന്നു. സംക്ഷിപ്തമായും സാമാന്യവൽക്കരണത്തിലൂടെയും ഗണിതത്തെ അടിസ്ഥാനപ്പെടുത്തിയുള്ള വാദഗതികൾ ഉന്നയിക്കുക, ഗണിത ചിഹ്നങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കുക എന്നിവയിൽ ധാരണ രൂപീകരിക്കുന്നതിലൂടെ മാത്രമേ കുട്ടിക്ക് ഗണിതപഠനത്തിൽ കൂടുതൽ ശേഷീവികാസം സാധ്യമാവൂ. ഇതിനുള്ള സാധ്യതകളാണ് പ്രൈമറി ക്ലാസുകളിലെ ബീജഗണിത പഠനത്തിലൂടെ ലക്ഷ്യമിടുന്നത്. വളരെ വലിയ സംഖ്യകളെ കൃത്യങ്കരൂപത്തിലെഴുതുന്നതിന്റെ ആവശ്യകത, വർഗത്തിന്റെയും വർഗമൂലത്തിന്റെയും സാധ്യതകൾ തുടങ്ങിയ പ്രധാനപ്പെട്ട വസ്തുതകൾ ഈ അധ്യായവുമായി ബന്ധപ്പെടുത്തി ചർച്ച ചെയ്യുന്നുണ്ട്.

ഉള്ളടക്കം

- ബീജഗണിതം - ആശയം
- സംഖ്യാപാറ്റേണുകളുടെ സ്വഭാവം - ഘടന അടിസ്ഥാനപ്പെടുത്തിയുള്ള സാമാന്യവൽക്കരണം.
- ആഗമനരീതിയിലൂടെ തത്വരൂപീകരണം
- ലഘുസമവാക്യങ്ങളുടെ രൂപീകരണവും നിർദ്ധാരണവും
- ബീജഗണിതം ഉപയോഗിച്ച് പ്രശ്നനിർദ്ധാരണം
- ബീജഗണിതത്തിലൂടെ കൃത്യങ്കങ്ങൾ - വർഗവും വർഗമൂലവും എന്ന യൂണിറ്റുകളിലെ ആശയ രൂപീകരണം.
- 'ബീജഗണിതം' ഒരു ഗണിതശാസ്ത്രശാഖ എന്ന നിലയിൽ പ്രൈമറി ക്ലാസ്സുകളിൽ അവതരിപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന രീതി തിരിച്ചറിയുന്നു.
- വിവിധ സംഖ്യാപാറ്റേണുകളുടെ പൊതുസ്വഭാവം തിരിച്ചറിയുന്നു.
- പൊതുസ്വഭാവത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ ബീജഗണിത ബന്ധങ്ങൾ കണ്ടെത്തുകയും ബീജഗണിത രൂപത്തിൽ പ്രകടിപ്പിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു.
- തന്നിട്ടുള്ള വിവരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് ലഘുസമവാക്യങ്ങൾ രൂപീകരിച്ച് അവ നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുന്നു.
- പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ ബീജഗണിത വാചകങ്ങളെ അടിസ്ഥാനമാക്കി നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുന്നു.
- കൃത്യങ്കങ്ങൾ, വർഗവും വർഗമൂലവും എന്നീ മേഖലകൾ ബീജഗണിത ആശയങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് വിശദീകരിക്കുന്നു.
- ബീജഗണിതവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട് വിവിധ ബോധനരീതികളും തന്ത്രങ്ങളും സംബന്ധിച്ച് ധാരണ കൈവരിക്കുന്നു.

ബീജഗണിതം – ആശയം; അവതരണം

- 'അക്ഷരഗണിതം' എന്ന രീതിയിൽ സംഖ്യാബന്ധങ്ങളെ സാമാന്യവൽക്കരിച്ചു പറയാൻ ചരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്നു. അതായത് അങ്കഗണിതത്തിന്റെ സാമാന്യവൽകൃത രൂപ മായി ബീജഗണിതത്തെ അവതരിപ്പിക്കുന്നു.

- തുടർന്ന് സംഖ്യാബന്ധങ്ങളുടെ യുക്തിവിശദീകരിക്കുന്ന രീതിയിൽ ബീജഗണിതത്തെ അവതരിപ്പിക്കുന്നു. അതായത് സംഖ്യകളുടെ ക്രിയകളുമായി ബന്ധപ്പെട്ട തത്വങ്ങളെ അക്ഷരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് സാമാന്യവൽക്കരിക്കുന്നു. ഇത്തരത്തിലുള്ള ഓരോ തത്വവും ഏതാനും ചില ഉദാഹരണങ്ങളിൽ നിന്ന് സാമാന്യവൽക്കരിക്കുകയല്ല ചെയ്യുന്നത്. മറിച്ച് ഇത്തരം ക്രിയകൾ ഉൾപ്പെടുന്ന സാഹചര്യങ്ങൾ വിശകലനം ചെയ്ത് പൊതുതത്വത്തിൽ എത്തിച്ചേരുകയാണ്.
- പിന്നീട് പ്രശ്നപരിഹരണപ്രവർത്തനങ്ങൾക്ക് ബീജഗണിതം ഉപയോഗിക്കുന്നു. ബീജഗണിതം ഉപയോഗിച്ച് ഭാഷാവാക്യങ്ങളെ ഗണിതവാക്യമായും തുടർന്ന് ബഹുപദങ്ങൾ, ഏകദങ്ങൾ എന്നിങ്ങനെ അമൂർത്തമായ ആശയങ്ങളിലേക്കും ബീജഗണിതം എത്തുന്നു.

സംഖ്യാബന്ധങ്ങളെ സാമാന്യവൽക്കരിക്കൽ

ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് നീളവും വീതിയും ഗുണിച്ചാൽ കിട്ടുന്നതാണ്. നീളവും വീതിയുമായി സംഖ്യകൾ മാറുമ്പോഴും പരപ്പളവ്, നീളം × വീതി തന്നെയായിരിക്കും. അതായത് അവതമ്മിലുള്ള ബന്ധം മാറുന്നില്ല. പരപ്പളവ് $A = l \times b$ എന്ന് സൂചിപ്പിക്കാം. അതേപോലെ സമചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് വശത്തിന്റെ 4 മടങ്ങ് ആയിരിക്കും എന്നതിനെ ബീജഗണിതത്തിൽ 4a എന്നു രേഖപ്പെടുത്തണം.

ഇത്തരത്തിൽ അളവുകൾ മാറുമ്പോഴും അവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം നിലനിൽക്കുന്നു എന്ന ആശയത്തിലൂടെ അളവുകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധങ്ങൾ എന്ന രീതിയിലാണ് ബീജഗണിതം അവതരിപ്പിച്ചിട്ടുള്ളത്. വെറുതെ സംഖ്യകൾക്ക് പകരം അക്ഷരങ്ങളെ ഉപയോഗിച്ച് പറയുകയല്ല, ചില ബന്ധങ്ങളെ സാമാന്യവൽക്കരിച്ച് ഭാഷയിലൂടെ പ്രസ്താവിച്ചശേഷം അവ അക്ഷരങ്ങളുപയോഗിച്ച് ഗണിതഭാഷയിലേക്ക് മാറ്റുന്ന രീതിയാണ് സ്വീകരിച്ചിട്ടുള്ളത്.

പാറ്റേൺ ഭാഷ

1. 4, 5, 6, ...

   3 + 1

   3 + 2

   3 + 3

   ------

   3 + a
2. 8, 10, 12, 14, ...

   4 + 4

   5 + 5

   6 + 6

   7 + 7

   ------

   b + b = 2b

   ഇവിടെ b എന്നത് 4 ൽ തുടങ്ങുന്ന എണ്ണൽ സംഖ്യയെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

ചിത്രത്തിൽ കോളം A യിലെ സംഖ്യകൾ B യിലെ സംഖ്യകളായി മാറുന്നത് ചില പ്രത്യേക സംഖ്യാബന്ധങ്ങൾ ഉപയോഗപ്പെടുത്തിയാണ്. ബന്ധം കണ്ടെത്തി പാറ്റേൺ ഭാഷയിലെഴുതൂ.

A		B	
6	→	13	$2 \times 6 + 1$
2	→	5	$2 \times 2 + 1$
4	→	9	$2 \times 4 + 1$
5	→	?	$2 \times 5 + 1 = 11$

പാറ്റേൺ ഭാഷ $2x + 1$

$2x + 1$ എന്ന ബന്ധം

പ്രവർത്തനം :

ബന്ധം കണ്ടുപിടിച്ചുനോക്കൂ - തുടർന്ന് പാറ്റേൺ ഭാഷയിലെഴുതി നോക്കൂ.

(1)

A		B
4	→	13
7	→	22
1	→	4
9	→	?

(2)

A		B
10	→	12
19	→	30
23	→	38
14	→	?

സംഖ്യാപാറ്റേണുകളുടെ സ്വഭാവം – ഘടന അടിസ്ഥാനമാക്കിയുള്ള സാമാന്യവൽക്കരണം

താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന സംഖ്യാപാറ്റേൺ നോക്കൂ.

1, 4, 9, 16, 25, 36, ...

ഇതിന്റെ ബീജഗണിതരൂപം എന്തായിരിക്കും?

$x = 1$ ആയാൽ $1^2 = 1$

$x = 2$ ആയാൽ $2^2 = 4$

$x = 3$ ആയാൽ $3^2 = 9$

$x = 4$ ആയാൽ $4^2 = 16$

....

അതുകൊണ്ട് ബീജഗണിതരൂപം x^2 ആയിരിക്കും.

2 ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ അഥവാ 1, 2, 3..... എന്നീ എണ്ണൽസംഖ്യകളെ 2 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു കിട്ടുന്നവയാണ് ഇരട്ടസംഖ്യകൾ. അപ്പോൾ n ഏത് എണ്ണൽസംഖ്യായാലും $2n$ എന്നത് ഇരട്ടസംഖ്യയാണ്. മറിച്ച് ഏത് ഇരട്ടസംഖ്യയെയും $2n$ എന്ന രൂപത്തിലെഴുതാം.

ഏത് എണ്ണൽസംഖ്യയായാലും $2n + 1$ എന്നത് ഒറ്റസംഖ്യതന്നെ. പക്ഷെ 1, 2, 3, ... എന്നിങ്ങനെയുള്ള എണ്ണൽസംഖ്യകളെടുത്താൽ $2n + 1$ എന്നതിൽ നിന്ന് 1 കിട്ടില്ല. എല്ലാ ഒറ്റസംഖ്യകളും കിട്ടാൻ n ആയി 0, 1, 2, ... എന്നിങ്ങനെ എടുക്കണം. കൂടാതെ $2n - 1$ ആയി എടുക്കുമ്പോൾ $n = 1, 2, 3,$ .... ആയിരിക്കും.

പ്രവർത്തനം

താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന പാറ്റേണുകളുടെ ബീജഗണിതരൂപം എന്തായിരിക്കും?

3, 5, 7, 9, 11, ...

3, 5, 8, 12, 17, 23, 30, ...

പ്രവർത്തനം

റാണി തീപ്പെട്ടിക്കോലുകൾകൊണ്ട് ത്രികോണങ്ങളുണ്ടാക്കുകയാണ്.

ചിത്രത്തിൽ എത്ര ത്രികോണങ്ങളുണ്ട്?

ഇവ ഉണ്ടാക്കാൻ എത്ര തീപ്പെട്ടിക്കോലുകൾ ഉപയോഗിച്ചു?

എങ്ങനെയാണ് കണക്കാക്കിയത്?

$3 + 3 + 3 + 3 = 12$ എന്നു കൂട്ടിയെടുക്കുകയാണോ ചെയ്തത്?

അതോ $3 \times 4 = 12$ എന്നു ഗുണിച്ചെഴുതിയോ?

ഇങ്ങനെ 10 ത്രികോണമുണ്ടാക്കാൻ എത്ര കോല് വേണം?

പൊതുവേ പറഞ്ഞാൽ, ത്രികോണങ്ങളുടെ എണ്ണത്തിന്റെ മൂന്നുമടങ്ങാണ് കോലുകളുടെ എണ്ണം.

ഇത് അക്ഷരങ്ങളുപയോഗിച്ചു ചുരുക്കിപ്പറഞ്ഞാലോ?

ത്രികോണങ്ങളുടെ എണ്ണം m എന്നും, കോലുകളുടെ എണ്ണം t എന്നും എഴുതിയാൽ t എന്ന സംഖ്യയും, m എന്ന സംഖ്യയും തമ്മിലുള്ള ബന്ധമെന്താണ്?

$$m = 3 \times t$$

$$m = 3t$$

മറ്റൊരു പ്രശ്നം നോക്കൂ.

5, പത്ത് രൂപ നോട്ടുകൾ ചേർന്നാൽ ആകെ എത്ര രൂപയാകും?

പത്ത് രൂപ നോട്ടുകളുടെ എണ്ണം 7 ആയാലോ? പത്ത് രൂപ നോട്ടുകളുടെ എണ്ണവും ആകെ രൂപയും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം എങ്ങനെയെല്ലാം പറയാം? പത്ത് രൂപ നോട്ടുകളുടെ എണ്ണം t എന്നും ആകെ രൂപയെ a എന്നും സൂചിപ്പിച്ചാൽ ഈ ബന്ധം എങ്ങനെയെല്ലാം എഴുതാം?

പ്രവർത്തനം :

താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന പ്രശ്നങ്ങളുടെ ഉത്തരങ്ങൾ കണ്ടെത്തൂ.

ഒരു പേനയ്ക്ക് 7 രൂപ; ഒരു നോട്ടുപുസ്തകത്തിന് 12 രൂപ

i. 5 പേനയ്ക്കും, 6 നോട്ടുപുസ്തകത്തിനും കൂടി ആകെ വില എന്താണ്?

ii. 12 പേനയും 7 നോട്ടുപുസ്തകവുമായാലോ?

iii. പേനയുടെ എണ്ണം, നോട്ടുപുസ്തകത്തിന്റെ എണ്ണം, ആകെ വില ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധമെന്താണ്?

iv. പേനയുടെ എണ്ണം p, നോട്ടുപുസ്തകത്തിന്റെ എണ്ണം n, ആകെ വില t എന്നെടുത്താൽ p, n, t ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധമെന്താണ്?

പ്രവർത്തനം :

അപ്പർ പ്രൈമറി ക്ലാസ്സുകളിലെ പാഠപുസ്തകം, അധ്യാപക സഹായി എന്നിവ പരിശോധിച്ച് സംഖ്യാബന്ധങ്ങളെ സാമാന്യവൽക്കരിച്ച സന്ദർഭങ്ങൾ, രീതികൾ എന്നിവ കണ്ടെത്തൂ. കൂടുതൽ സംഖ്യാബന്ധങ്ങളെ സാമാന്യവൽക്കരിച്ച് ക്ലാസിൽ അവതരിപ്പിക്കൂ.

വ്യത്യസ്തങ്ങളായ പാറ്റേണുകൾ ശേഖരിച്ച് യുക്തി കണ്ടെത്തി സാമാന്യവൽക്കരണം ബീജഗണിതമുപയോഗിച്ച് തയാറാക്കൂ, കുറിപ്പുകൾ അവതരിപ്പിക്കൂ.

ആഗമനരീതിയിലുള്ള തത്വരൂപീകരണം

ഉദാഹരണങ്ങളിലൂടെ പൊതുതത്വങ്ങളിലെത്തിച്ചേരുന്ന ചില ഉദാഹരണങ്ങൾ പരിചയപ്പെടാം.

ഒരു സംഖ്യയുടെ തന്നെ രണ്ടു ഗുണിതങ്ങളുടെ തുകയെ അതേ സംഖ്യയുടെ മറ്റൊരു ഗുണിതമായി എഴുതാൻ നമുക്കറിയാം;

$$(3 \times 2) + (5 \times 2) = (3 + 5) \times 2 = 8 \times 2$$

എന്തുകൊണ്ടാണിത് ശരിയാകുന്നത്?

$$\begin{aligned} 3 \times 2 &= 2 + 2 + 2 \\ 5 \times 2 &= 2 + 2 + 2 + 2 + 2 \end{aligned}$$

അപ്പോൾ

$$\begin{aligned} (3 \times 2) + (5 \times 2) &= (2 + 2 + 2) + (2 + 2 + 2 + 2 + 2) \\ &= 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 \\ &= 8 \times 2 \end{aligned}$$

ഇതുപോലെ കൃതികളുടെ ഗുണനഫലം കണ്ടുപിടിക്കാം.

ഉദാഹരണമായി $2^3 \times 2^5$ നോക്കാം.

$$\begin{aligned} 2^3 &= 2 \times 2 \times 2 \\ 2^5 &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \end{aligned}$$

അപ്പോൾ

$$\begin{aligned} 2^3 \times 2^5 &= (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \\ &= 2^8 \end{aligned}$$

ഇവിടെ 2 നു പകരം മറ്റേതെങ്കിലും സംഖ്യയുടെ മൂന്നാം കൃതിയും അഞ്ചാം കൃതിയുമാണ് ഗുണിക്കുന്നതെങ്കിലോ?

$$\begin{aligned} \left(\frac{2}{3}\right)^3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^5 &= \left(\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}\right) \\ &= \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \\ &= \left(\frac{2}{3}\right)^8 \end{aligned}$$

നമ്മൾ എടുക്കുന്ന സംഖ്യയെ x എന്ന അക്ഷരം കൊണ്ട് സൂചിപ്പിച്ചാലോ?

$$\begin{aligned} x^3 \times x^5 &= (x \times x \times x) \times (x \times x \times x \times x \times x) \\ &= x \times x \times x \times x \times x \times x \times x \times x \\ &= x^8 \end{aligned}$$

ഇനി കൃത്യങ്കങ്ങൾ 3 നും 5 നും പകരം മറ്റേതെങ്കിലും സംഖ്യകളായാലോ?

$$\begin{aligned} x^2 \times x^4 &= (x \times x) \times (x \times x \times x \times x) \\ &= x \times x \times x \times x \times x \times x \\ &= x^6 \end{aligned}$$

കൃത്യങ്കങ്ങളെയും പൊതുവായി m, n എന്നീ അക്ഷരങ്ങൾ കൊണ്ട് സൂചിപ്പിച്ചാലോ?

$$\begin{aligned} x^m \times x^n &= \underbrace{(x \times x \times x \times \dots \times x)}_{m \text{ എണ്ണം}} \times \underbrace{(x \times x \times x \times \dots \times x)}_{n \text{ എണ്ണം}} \\ &= (x \times x \times x \times \dots \times x) \rightarrow (m+n) \text{ എണ്ണം} \\ &= x^{m+n} \end{aligned}$$

ഇപ്പോൾ നാം കണ്ട പൊതുതത്വം എന്താണ്?

ബീജഗണിതരീതിയിൽപറഞ്ഞാൽ

> x ഏതു സംഖ്യ ആയാലും m, n ഏത്
> എണ്ണൽ സംഖ്യകൾ ആയാലും
> $x^m \times x^n = x^{m+n}$

ഇത് സാധാരണഭാഷയിലെങ്ങനെ പറയും?

ഇതിൽ രണ്ടു കാര്യങ്ങളുണ്ട്

i. ഒരേ സംഖ്യയുടെ രണ്ടു കൃതികളുടെ ഗുണനഫലം ആ സംഖ്യയുടെതന്നെ കൃതിയാണ്.

ii. ഗുണനഫലത്തിന്റെ കൃത്യങ്കം സംഖ്യയുടെ കൃത്യങ്കങ്ങളുടെ തുകയാണ്.

> **പ്രവർത്തനം :**
>
> ആഗമനരീതിയിലൂടെ പൊതുതത്വത്തിലെത്തുന്ന കൂടുതൽ ഉദാഹരണങ്ങൾ പാഠപുസ്തകത്തിൽ നിന്നും കണ്ടെത്തി ക്ലാസിൽ അവതരിപ്പിക്കൂ.

ലഘുസമവാക്യങ്ങളുടെ രൂപീകരണവും നിർദ്ധാരണവും

ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സമവാക്യങ്ങൾ പരിശോധിക്കുക.

$$\begin{aligned} x &= 5 \\ 2x + 1 &= 7 \\ 3y + 5 &= 25 \\ 3a + 2 &= a + 10 \end{aligned}$$

ഇവയിലെല്ലാം ഒരു ചരം മാത്രമേയുള്ളൂ. കൂടാതെ ചരത്തിന്റെ കൃത്യങ്കം 1 ആണുതാനും. ഇത്തരത്തിൽ ഒരു ചരംമാത്രമുള്ള കൃത്യങ്കം ഒന്ന് ആയ സമവാക്യങ്ങളെ **ലഘുസമവാക്യങ്ങൾ** എന്നു പറയുന്നു.

$x + 2 = 5$ എന്ന സമവാക്യത്തിൽ x ന്റെ വില 3 ആകുമ്പോഴാണു സമവാക്യം ശരിയാകുന്നത്. ഈ വിലയെ സമവാക്യത്തിന്റെ മൂല്യം (value) എന്നാണു പറയുന്നത്.

ഇനി മൂല്യം കണ്ടുപിടിക്കുന്നതെങ്ങനെയെന്നു നോക്കാം.

$$x + 2 = 5$$

സമവാക്യത്തിന്റെ ഇരുവശത്തും -2 കൂട്ടുന്നു.

$$\begin{aligned} x + 2 - 2 &= 5 - 2 \\ x + 0 &= 3 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

സമവാക്യങ്ങൾ (Equations)

$2x + 3 = 3x + 2$ എന്നെഴുതുന്നതിന്റെ അർഥം എന്താണ്?

x എന്ന സംഖ്യയുടെ 2 മടങ്ങിനോട് 3 കൂട്ടിയാലും, 3 മടങ്ങിനോട് 2 കൂട്ടിയാലും ഒരേ സംഖ്യ കിട്ടും. ഇങ്ങനെ സംഖ്യകളുടെ തുല്യതയെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന ബീജഗണിതവാക്യങ്ങളെ പൊതുവെ **സമവാക്യങ്ങൾ (equations)** എന്നാണ് പറയുന്നത്.

ഒരു സംഖ്യയുടെ മൂന്നു മടങ്ങിനോട് പത്തു കൂട്ടിയപ്പോൾ സംഖ്യയുടെ അഞ്ചു മടങ്ങായി. സംഖ്യ ഏതാണ്?

ഇതു ബീജഗണിതത്തിൽ പറഞ്ഞാലോ?

തുടങ്ങിയ സംഖ്യ x എന്നെടുത്താൽ, പ്രശ്നത്തിൽ പറഞ്ഞിരിക്കുന്നത്,

$$3x + 10 = 5x$$

$3x$ നെ $5x$ ആക്കാൻ കൂട്ടേണ്ടത് $2x$ ആണെന്നറിയാം; അതായത്,

x ഏതു സംഖ്യയായാലും, $3x + 2x = 5x$.

നമ്മുടെ കണക്കിൽ $3x$ നെ $5x$ ആക്കാൻ കൂട്ടിയത് 10 ആണ്. അപ്പോൾ $2x = 10$; അതിനാൽ $x = 5$.

കണക്ക് അൽപം മാറ്റി ഇങ്ങനെയാക്കിയാലോ?

ഒരു സംഖ്യയുടെ 13 മടങ്ങിനോട് 36 കൂട്ടിയപ്പോൾ സംഖ്യയുടെ 31 മടങ്ങായി. സംഖ്യ ഏതാണ്?

ഒരു സംഖ്യയുടെ 13 മടങ്ങിനെ 31 മടങ്ങാക്കാൻ സംഖ്യയുടെ എത്ര മടങ്ങ് കൂട്ടണം?

31 മടങ്ങ് – 13 മടങ്ങ് = 18 മടങ്ങ്, അല്ലേ?

കൂട്ടിയത് 36 എന്നാണ് പറഞ്ഞിരിക്കുന്നത്. അപ്പോൾ സംഖ്യയുടെ 18 മടങ്ങ് 36; സംഖ്യ, 2.

ബീജഗണിതത്തിൽ പറഞ്ഞാലോ? സംഖ്യ x എന്നെടുത്താൽ പ്രശ്നവും അതു പരിഹരിച്ച രീതിയും ചേർത്ത് ഇങ്ങനെയെഴുതാം:

$$\begin{aligned} 13x + 36 &= 31x \\ 31x - 13x &= 36 \\ 18x &= 36 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

പ്രവർത്തനം :

താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന പ്രശ്നങ്ങൾക്ക് ബീജഗണിതത്തിന്റെ സഹായത്തോടെ ഉത്തരം കണ്ടെത്തൂ.

1. ഒരു സംഖ്യയോട് അതിന്റെ മൂന്നു മടങ്ങു കൂട്ടിയാൽ 100 കിട്ടും. സംഖ്യ ഏത്?
2. ഒരു സംഖ്യയുടെ 7 മടങ്ങിൽ നിന്ന് 9 കുറച്ചാൽ 54 കിട്ടും. സംഖ്യ ഏത്?
3. ഒരു മകന്റെ പ്രായത്തിന്റെ മൂന്നു മടങ്ങാണ് അച്ഛന്റെ പ്രായം. രണ്ടു പേർക്കും കൂടി 56 വയസ്സുണ്ടെങ്കിൽ ഓരോരുത്തരുടെയും പ്രായമെന്ത്?
4. ഒരു സംഖ്യയുടെ 5 മടങ്ങിനോട് 14 കൂട്ടിയാൽ സംഖ്യയുടെ 7 മടങ്ങാവും. സംഖ്യ ഏത്?
5. ഒരു ചതുരത്തിന്റെ നീളം വീതിയുടെ രണ്ടു മടങ്ങാണ്. ചുറ്റളവ് 84 സെ.മീ. ആയാൽ നീളവും വീതിയുമെത്ര?
6. തുടർച്ചയായ മൂന്ന് ഒറ്റ നിസർഗസംഖ്യകളുടെ തുക 45 ആയാൽ സംഖ്യകൾ ഏവ?

i. അടുത്തടുത്ത മൂന്ന് എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക 36 ആണ്. സംഖ്യകൾ ഏതൊക്കെയാണ്?

ii. അടുത്തടുത്ത മൂന്നു ഇരട്ടസംഖ്യകളുടെ തുക 36 ആണ്. സംഖ്യകൾ ഏതൊക്കെയാണ്?

iii. അടുത്തടുത്ത മൂന്നു ഒറ്റസംഖ്യകളുടെ തുക 36 ആകുമോ? കാരണം?

iv. അടുത്തടുത്ത മൂന്ന് ഒറ്റസംഖ്യകളുടെ തുക 33 ആണ്. സംഖ്യകൾ ഏതൊക്കെയാണ്?

v. അടുത്തടുത്ത മൂന്നു എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ തുക 33 ആണ്. സംഖ്യകൾ ഏതൊക്കെയാണ്?

vi. കലണ്ടറിൽ നാലു സംഖ്യകളുള്ള ഒരു സമചതുരം അടയാളപ്പെടുത്തി, അതിലെ സംഖ്യകളെല്ലാം കൂട്ടിയപ്പോൾ 80 കിട്ടി. സംഖ്യകൾ ഏതൊക്കെയാണ്?

ഈ രീതിയിൽ തന്നിരിക്കുന്ന പ്രശ്നങ്ങളെ വിശകലനം ചെയ്ത് ലഘുസമവാക്യങ്ങൾ രൂപീകരിക്കുകയും അവ നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക വഴി ഉത്തരം കണ്ടെത്താം.

പാഠപുസ്തകങ്ങളിൽ നിന്ന് കൂടുതൽ ഉദാഹരണങ്ങൾ കണ്ടെത്തി ക്ലാസിൽ അവതരിപ്പിക്കൂ.

ബീജഗണിതം ഉപയോഗിച്ച് പ്രശ്നനിർധാരണം

പ്രവർത്തനം :

തന്നിരിക്കുന്ന ഗണിതപ്രശ്നങ്ങൾക്ക് ബീജഗണിതത്തിന്റെ സഹായത്തോടെ ഉത്തരം കണ്ടെത്തൂ.

1. ശാസ്ത്രപ്രദർശനത്തിന്, കുട്ടികൾക്ക് 10 രൂപയും, മുതിർന്നവർക്ക് 25 രൂപയുമാണ് ടിക്കറ്റ് നിരക്ക്. 50 പേർക്ക് ടിക്കറ്റ് കൊടുത്തു കഴിഞ്ഞപ്പോൾ 740 രൂപ കിട്ടി. ഇതിൽ എത്ര കുട്ടികളുണ്ടായിരുന്നു?
2. ഒരു ക്ലാസിലെ ആൺകുട്ടികളുടെയും പെൺകുട്ടികളുടെയും എണ്ണം തുല്യമാണ്. എട്ട് ആൺകുട്ടികൾ മാത്രം വരാതിരുന്ന ഒരു ദിവസം, ഈ ക്ലാസിലെ പെൺകുട്ടികളുടെ എണ്ണം ആൺകുട്ടികളുടെ എണ്ണത്തിന്റെ രണ്ടു മടങ്ങായിരുന്നു. ആൺകുട്ടികളുടെയും പെൺകുട്ടികളുടെയും എണ്ണം എത്രയാണ്?
3. അജയന് വിജയനേക്കാൾ പത്തു വയസ് കൂടുതലാണ്. അടുത്ത വർഷം അജയന്റെ പ്രായം, വിജയന്റെ പ്രായത്തിന്റെ രണ്ടു മടങ്ങാകും. ഇപ്പോൾ ഇവരുടെ പ്രായമെത്രയാണ്?
4. ഒരു സംഖ്യയുടെ അഞ്ച് മടങ്ങ് ആ സംഖ്യയെക്കാൾ 4 കൂടുതലായ മറ്റൊരു സംഖ്യയുടെ മൂന്ന് മടങ്ങിന് തുല്യമാണെങ്കിൽ സംഖ്യ ഏത്?
5. ഒരു സഹകരണസംഘത്തിൽ സ്ത്രീകളുടെ എണ്ണത്തിന്റെ മൂന്ന് മടങ്ങാണ് പുരുഷന്മാരുടെ എണ്ണം. 29 സ്ത്രീകളും 16 പുരുഷന്മാരും കൂടി സംഘത്തിൽ ചേർന്നപ്പോൾ പുരുഷന്മാരുടെ എണ്ണം സ്ത്രീകളുടെ എണ്ണത്തിന്റെ രണ്ട് മടങ്ങായി. സംഘത്തിൽ ആദ്യം എത്ര സ്ത്രീകളുണ്ടായിരുന്നു?

പാഠപുസ്തകങ്ങളിൽ നിന്ന് കൂടുതൽ ഉദാഹരണങ്ങൾ കണ്ടെത്തി ക്ലാസിൽ അവതരിപ്പിക്കൂ.

ബീജഗണിതത്തിലൂടെ കൃത്യങ്കങ്ങൾ – വർഗവും വർഗമൂലവും എന്നീ യൂണിറ്റുകളിലെ ആശയ രൂപീകരണം

ഏഴാം ക്ലാസിലെ ആവർത്തനഗുണനം എന്ന അധ്യായത്തിൽ ആശയരൂപീകരണത്തിനായി ബീജഗണിതം പ്രയോജനപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നത് നോക്കൂ.

64 നെ ഏതെങ്കിലും ഒരു സംഖ്യയുടെ കൃതിയായി എഴുതുമോ?

$$2^6 = 64$$
$$4^3 = 64$$
$$8^2 = 64$$
$$64^1 = 64$$

ഇതുപോലെ 3^{12} നെ മറ്റു സംഖ്യകളുടെ കൃതിയായി എഴുതൂ.

$$\begin{aligned} 3^{12} &= 3^6 \times 3^6 \\ &= (729) \times (729) \\ &= (729)^2 \end{aligned}$$

മറ്റൊരു വിധത്തിലും എഴുതാം.

$$\begin{aligned} 3^{12} &= 3^8 \times 3^4 \\ &= (3^4 \times 3^4) \times 3^4 \\ &= 81 \times 81 \times 81 \\ &= (81)^3 \end{aligned}$$

ഇനിയുമൊരു രീതിയുണ്ട്

$$\begin{aligned} 3^{12} &= 3^6 \times 3^6 \\ &= (3^3 \times 3^3) \times (3^3 \times 3^3) \\ &= 27 \times 27 \times 27 \times 27 \\ &= (27)^4 \end{aligned}$$

ഇനി മറ്റേതെങ്കിലും രീതിയിൽ എഴുതാൻ കഴിയുമോ? ശ്രമിച്ചുനോക്കൂ.

മുകളിൽ കണ്ടതിൽ $3^6 \times 3^6$ എന്നതിന്റെ അർഥമെന്താണ്?

രണ്ട് 3^6 കൾ തമ്മിൽ ഗുണിച്ചതല്ലേ? ഇതിനെ ചുരുക്കി $(3^6)^2$ എന്നെഴുതാം.

ഇനി

$$\begin{aligned} (3^6)^2 &= 3^6 \times 3^6 \\ &= 3^{6+6} \\ &= 3^{6 \times 6} \\ &= 3^{12} \end{aligned}$$

$\left(\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)^3$ എന്നതിന്റെ അർഥമെന്താണ്?

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

അതായത്,

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2+2+2} = \left(\frac{2}{3}\right)^{3\times 2} = \left(\frac{2}{3}\right)^{6}$$

പൊതുവെ പറഞ്ഞാൽ x ഒരു സംഖ്യയും m, n എന്നിവ എണ്ണൽ സംഖ്യകളും ആണെങ്കിൽ

$$(x^m)^n = x^m \times x^m \times \ldots \times x^m \rightarrow n \text{ എണ്ണം}$$
$$= x^{m+m+\ldots+m} \rightarrow n \text{ എണ്ണം}$$
$$= x^{mn}$$

അതായത്,

x എന്ന ഏതു സംഖ്യയും m, n എന്നീ ഏത് എണ്ണൽസംഖ്യകളും എടുത്താൽ

$$(x^m)^n = x^{mn}$$

ഇതുപോലെ $3^4 \times 3^4 \times 3^4$ എന്നതിനെ $(3^4)^3$ എന്നെഴുതാമല്ലോ. അപ്പോൾ

$$(3^4)^3 = 3^4 \times 3^4 \times 3^4$$
$$= 3^{4+4+4}$$
$$= 3^{4\times 3}$$
$$= 3^{12}$$

ഇതുപോലെ

$$(4^2)^3 = 4^2 \times 4^2 \times 4^2$$
$$= 4^{2\times 3}$$
$$= 4^6$$
$$(5^4)^6 = 5^{4\times 6}$$
$$= 5^{24}$$

എന്നെല്ലാം എഴുതാം.

ഏഴാം ക്ലാസിലെ വർഗവും വർഗമൂലവും എന്ന അധ്യായത്തിലെ ചില സന്ദർഭങ്ങൾ നോക്കൂ.

$5^2 \times 4^2$ എത്രയാണ്?

$5^2 \times 4^2 = 25 \times 16 =$ ....

ഇത് കുറേക്കൂടി എളുപ്പത്തിൽ ചെയ്യാം:

$$5^2 \times 4^2 = 5 \times 5 \times 4 \times 4$$
$$= (5\times 4) \times (5 \times 4)$$
$$= 20 \times 20$$
$$= 400$$

ഇവിടെയെല്ലാം നാം ഉപയോഗിച്ച തത്വം എന്താണ്?

രണ്ടു സംഖ്യകളുടെ വർഗങ്ങളുടെ ഗുണനഫലവും ഈ സഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലത്തിന്റെ വർഗവും തുല്യമാണ്.

ബീജഗണിതത്തിൽപ്പറഞ്ഞാലോ?

x, y ഏതു സംഖ്യകൾ ആയാലും

$$x^2y^2 = (xy)^2$$

കൃത്യങ്ക നിയമങ്ങൾ

1. x ഏതു സംഖ്യ ആയാലും m, n ഏത് എണ്ണൽ സംഖ്യയായാലും.

   $x^m \times x^n = x^{m+n}$

2. x പൂജ്യമല്ലാത്ത ഏതു സംഖ്യ ആയാലും, m, n ഇവ $m > n$ ആയ ഏത് എണ്ണൽ സംഖ്യയായാലും

   $\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$

3. x പൂജ്യമല്ലാത്ത ഏതു സംഖ്യ ആയാലും m, n എന്നിവ $m < n$ ആയ ഏത് രണ്ട് എണ്ണൽ സംഖ്യ

   ആയാലും $\frac{x^m}{x^n} = \frac{1}{x^{n-m}}$

4. x എന്ന ഏതു സംഖ്യയും m, n എന്നിവ ഏത് എണ്ണൽ സംഖ്യൾ എടുത്താലും $(x^m)^n = x^{mn}$

ഈ രീതിയിൽ ബീജഗണിതം പ്രയോജനപ്പെടുത്തിയതിന്റെ കൂടുതൽ ഉദാഹരണങ്ങൾ ഈ അധ്യായങ്ങളിൽ നിന്ന് കണ്ടെത്തൂ. ക്ലാസിൽ അവതരിപ്പിക്കൂ.

ബീജഗണിതത്തിന്റെ പ്രത്യേകതകൾ

- ബീജഗണിതം സാമാന്യവത്കൃത തത്വങ്ങളാണ് കൈകാര്യം ചെയ്യുന്നത്. അനേകം ഉദാഹരണങ്ങൾ പരിശോധിച്ച് താരതമ്യപ്പെടുത്തി സമാനതകൾ കണ്ടുപിടിച്ച് പൊതുതത്വങ്ങളിൽ എത്തിച്ചേരുകയാണ് ചെയ്യുന്നത്.

പ്രവർത്തനം :

പാഠപുസ്തകത്തിൽ നിന്ന് സാമാന്യവത്കൃതതത്വങ്ങളിൽ എത്തിച്ചേർന്ന സന്ദർഭങ്ങൾ എഴുതുക.

- ബീജഗണിതാശയങ്ങൾ ഗുണാത്മകവും പ്രതീകാത്മകവുമാണ്

  ബീജഗണിതത്തിൽ നാം ചരം ഉപയോഗിക്കുന്നുണ്ടല്ലോ. ചരം എന്ന ആശയം ഗുണാത്മകമാണ്. അവിടെ ക്ലിപ്തത ഇല്ല. ഒരേചരത്തിന് പല വിലയും സന്ദർഭാനുസരണം വന്നു ചേരുന്നു. ബീജഗണിതത്തിലെ ആശയങ്ങളെല്ലാം തന്നെ ഗുണാത്മകമാണ്.

  പ്രതിരൂപങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ചാണ് ബീജഗണിത ആശയങ്ങൾ രേഖപ്പെടുത്തുന്നത്. ആ പ്രതിരൂപത്തിന് നിയതമായ ഒരു വില കല്പിക്കുന്നുമില്ല. കാരണം അവ ചരങ്ങളായാണ് ഉപയോഗിക്കുന്നത്.

- ബീജഗണിതം ആശയങ്ങളുടെ പരസ്പരബന്ധത്തെയാണ് കൈകാര്യം ചെയ്യുന്നത്. സമവാക്യങ്ങൾ, ബീജഗണിതവാക്യങ്ങൾ, ബീജഗണിത വാചകങ്ങൾ തുടങ്ങിയ ബീജഗണിത ആശയങ്ങൾ ഓരോന്നും ചരങ്ങളുടെ പരസ്പരബന്ധത്തിൽ അധിഷ്ഠിതമാണ്.

പ്രവർത്തനം :

ചില ഉദാഹരണങ്ങൾ എടുത്ത് ആശയങ്ങളുടെ പരസ്പരബന്ധമാണ് ബീജഗണിതത്തിൽ കൈകാര്യം ചെയ്യുന്നത് എന്ന് കണ്ടെത്തുക.

ഈ പ്രത്യേകതകളുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ ബീജഗണിതത്തിന്റെ ഉള്ളടക്കം വിനിമയം ചെയ്യുന്നതിന് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ബോധനരീതികളാണ് സാധാരണ ഉപയോഗിക്കുന്നത്.

- ആഗമന - നിഗമന രീതി
- പ്രോജക്ട് പഠന രീതി
- പ്രശ്ന നിർദ്ധാരണം
- അപഗ്രഥന രീതി

പ്രവർത്തനങ്ങൾ

1 ബീജഗണിത ആശയങ്ങളുമായി ബന്ധപ്പെടുത്തി ആഗമനരീതിയിലൂടെ തത്വരൂപീകരണത്തിൽ എത്തിച്ചേർന്ന സന്ദർഭങ്ങൾ 6 മുതൽ 8 വരെ ക്ലാസ്സുകളിലെ ഗണിത പാഠപുസ്തകങ്ങൾ വിശകലനം ചെയ്ത് കണ്ടെത്തുക.

2 ബീജഗണിതത്തിലെ വർഗവും വർഗമൂലവുമായി ബന്ധപ്പെടുത്തി 'ത്രികോണ സംഖ്യകളും വർഗ സംഖ്യകളും തമ്മിലുള്ള ബന്ധങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക' എന്ന പ്രോജക്ട് ഏറ്റെടുക്കാവുന്നതാണ്.

സൂചന :

ഈ പ്രോജക്ടുമായി ബന്ധപ്പെടുത്തി എത്തിച്ചേരാവുന്ന നിഗമനങ്ങൾ

1. അടുത്തടുത്തുള്ള രണ്ട് ത്രികോണ സംഖ്യകളുടെ തുക ഒരു വർഗസംഖ്യ ആയിരിക്കും.
2. ഒരു ത്രികോണ സംഖ്യയെ 8 കൊണ്ട് ഗുണിച്ച് 1 കൂട്ടിയാൽ വർഗസംഖ്യ കിട്ടും.

(കൂടുതൽ നിഗമനങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക)

3. ബീജഗണിതവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ രൂപീകരിക്കുക. അവ അപഗ്രഥിച്ച് പ്രശ്ന നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക.

റഫറൻസ് പുസ്തകങ്ങൾ

- 6, 7, 8 ക്ലാസിലെ പാഠപുസ്തകങ്ങൾ, ടീച്ചർ ടെക്സ്റ്റുകൾ - എസ്.സി.ഇ.ആർ.ടി കേരള
- ടെക്സ്റ്റ് ബുക്സ് - എൻ.സി.ഇ.ആർ.ടി ന്യൂഡെൽഹി
- Teaching of Mathematics - KS Sidhu
- ശാസ്ത്രം എത്ര ലളിതം - ഗണിതശാസ്ത്രം - ഡി.സി ബുക്സ്
- Making Math Accessible for the At-Risk Student : Grades 7 - 12 BY Linda Ptacek
- Teaching Mathematics in Primary Schools By Robyn Zevenbergen; Shelley Dole; Robert J. Wright
- Teaching for Learning Mathematics by Rosamund Sutherland
- ഗണിതശാസ്ത്രബോധനം, ഡോ.കെ.സോമൻ, കേരളഭാഷാ ഇൻസ്റ്റിറ്റ്യൂട്ട്.

യൂണിറ്റ് 4

ദത്തങ്ങളുടെ ഗണിതം

ആമുഖം

ഗണിതശാസ്ത്രത്തിലെ പ്രധാനപ്പെട്ട ഒരു മേഖലയാണ് വിവരശേഖരണവും അപഗ്രഥനവും. ഗണിതത്തിലും നിത്യജീവിതത്തിലും നാം കൈകാര്യം ചെയ്യാറുള്ള എല്ലാത്തരം ഗണപരമായ അളവുകളെയും ദത്തങ്ങൾ എന്നു വിളിക്കാം. വിവിധതരം ഗണിത പ്രക്രിയകൾക്ക് ആവശ്യമായ എണ്ണം, കൂട്ടങ്ങൾ, അളവുകൾ എന്നിങ്ങനെ ശേഖരിക്കുന്ന എല്ലാ വിവരങ്ങളും ദത്തങ്ങൾ തന്നെ.

ദത്തങ്ങളെ ഉചിതമായ രീതിയിൽ തരംതിരിക്കുന്നതിനും, കൂട്ടങ്ങളാക്കുന്നതിനും പട്ടികപ്പെടുത്തുന്നതിനും ചിത്രീകരിക്കുന്നതിനും, ആവശ്യാനുസരണം പുനരുപയോഗിക്കുന്നതിനും നിഗമനങ്ങൾ രൂപീകരിക്കുന്നതിനും ഗണിതത്തിൽ വ്യത്യസ്ത സങ്കേതങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

പ്രൈമറി തലത്തിലെ ഗണിത പഠനത്തിൽ പ്രായോഗിക്കാവുന്ന ഇത്തരം സങ്കേതങ്ങളെ അടുത്തറിയുന്നതിനും ബോധനശാസ്ത്രപരമായി പ്രയോഗിച്ചു നോക്കുന്നതിനുമുള്ള അവസരം ഈ യൂണിറ്റിൽ കൂടി നിങ്ങൾക്ക് ലഭിക്കുന്നു.

ഉള്ളടക്കം

1 പിക്ടോഗ്രാം അഥവാ പിക്ടോഗ്രാഫ്

2 ബാർ ഡയഗ്രം അഥവാ ചതുര ചിത്രങ്ങൾ

3 പൈ ഡയഗ്രം (പൈചാർട്ട്) അഥവാ വൃത്ത ചിത്രങ്ങൾ

4 ചതുര ചിത്രങ്ങളെ വൃത്ത ചിത്രങ്ങളാക്കൽ

5 ആവൃത്തിപ്പട്ടിക, ഹിസ്റ്റോഗ്രാം

1. പിക്ടോഗ്രാം

ക്ലാസിലെ കുട്ടികൾ ഗ്രൂപ്പായി തിരിഞ്ഞ് ചോദ്യോത്തരപ്പയറ്റ് നടത്തുകയാണ്. ചോദ്യം കിട്ടിയ ആദ്യ ടീം തന്നെ ഉത്തരം പറഞ്ഞാൽ 5 പോയിന്റും പാസ് ചെയ്ത് കിട്ടിയ ടീം ഉത്തരം പറഞ്ഞാൽ 3 പോയിന്റും ലഭിക്കും. ആകെയുള്ള 6 ഗ്രൂപ്പുകൾക്കും ലഭിച്ച പോയിന്റുകൾ □, △ എന്നിങ്ങനെ അടയാളപ്പെടുത്തിയ പട്ടിക നോക്കുക. □= 5 പോയിന്റ്, △= 3 പോയിന്റ്

ഗ്രൂപ്പ്	പോയിന്റ്	സ്കോർ
A	□ △ □ □ △ △	
B	□ □ □ △ △ □ □	
C	△ △ □ □ △	
D	□ □ □	
E	△ △ △ △ □	
F	□ □ □ □ □ □ □ △ □	

ഓരോ ഗ്രൂപ്പിനും കിട്ടിയ ആകെ പോയിന്റുകൾ എത്ര എന്ന് എങ്ങനെ കണ്ടുപിടിക്കും?

അപഗ്രഥന ചോദ്യങ്ങൾ തയാറാക്കിനോക്കൂ. ഉദ്ഗ്രഥനത്തിലൂടെ ഉത്തരം കണ്ടെത്തൂ.

ഇത്തരം മറ്റ് രണ്ടോ മൂന്നോ പ്രവർത്തനങ്ങൾ തയാറാക്കി പ്രശ്നം നിർധാരണം ചെയ്യുക.

അപഗ്രഥന- ഉദ്ഗ്രഥന രീതികൾ ഉപയോഗിക്കുമല്ലോ?

ഇത്തരം പ്രായോഗിക സന്ദർഭങ്ങളിൽ സംഖ്യകൾക്ക് പകരം ചിത്രങ്ങളോ പ്രതീകങ്ങളോ ഉപയോഗിക്കുന്നത് കാര്യങ്ങൾ എല്ലാവർക്കും വേഗത്തിൽ ഗ്രഹിക്കാൻ സഹായിക്കും.

സംഖ്യകൾക്ക് പകരം, വിശേഷിച്ചും വലിയ സംഖ്യകൾക്ക് പകരം ചിത്രങ്ങളോ പ്രതീകങ്ങളോ ഉപയോഗിച്ച് ദത്തങ്ങൾ രേഖപ്പെടുത്തുന്നതിനെ പിക്ടോഗ്രാം/പിക്ടോഗ്രാഫ് എന്നാണ് വിളിക്കുന്നത്.

പിക്ടോഗ്രാമിൽ അനുയോജ്യമായ ഏത് തരം ചിത്രങ്ങളും പ്രതീകങ്ങളും ഉപയോഗിക്കാം. ഒരു ചിത്രം/പ്രതീകം എത്രയെണ്ണത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു എന്ന് പിക്ടോഗ്രാമിൽ രേഖപ്പെടുത്തണം.

ഉദാ:  = 1000 കാറുകൾ  = 10 പെൺകുട്ടികൾ

 = 10 ആൺകുട്ടികൾ  = 1 ലക്ഷം പേർ

പ്രശ്ന സന്ദർഭം:1

ഒരു സ്കൂളിലെ വിവിധ ഡിവിഷനുകളിലെ കുട്ടികളെ ആൺ/പെൺ തിരിച്ചുള്ള ചാർട്ട് തയാറാക്കുക.

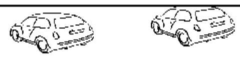
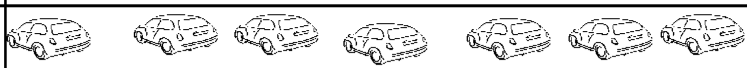
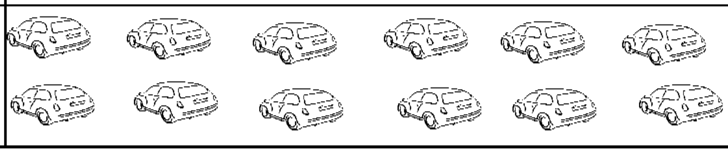
പ്രശ്ന സന്ദർഭം: 2

ഒരു വർഷത്തിൽ രജിസ്റ്റർ ചെയ്ത വ്യത്യസ്ത തരം വാഹനങ്ങളുടെ എണ്ണം കാണിക്കുന്ന പിക്ടോഗ്രാം തയ്യാറാക്കുക.

പ്രശ്ന സന്ദർഭം – 3

കഴിഞ്ഞ 100 വർഷത്തിനിടെ നടന്ന സെൻസസുകളിൽ ശേഖരിച്ച ജനസംഖ്യയെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്ന പിക്ടോഗ്രാം തയ്യാറാക്കി നോക്കൂ.

പ്രശ്ന സന്ദർഭം – 4  = 10000

വർഷം	വിറ്റഴിച്ച കാറുകൾ
1960	
1970	
1980	
1990	
2000	

ഓരോ വർഷവും വിറ്റഴിച്ച കാറുകൾ എത്ര?

ഏത് തരം ബോധനരീതികളാണ് പിക്ടോഗ്രാം എന്ന ആശയം പഠിപ്പിക്കുന്നതിന് അനുയോജ്യം? ക്ലാസിൽ ചർച്ച ചെയ്യുക.

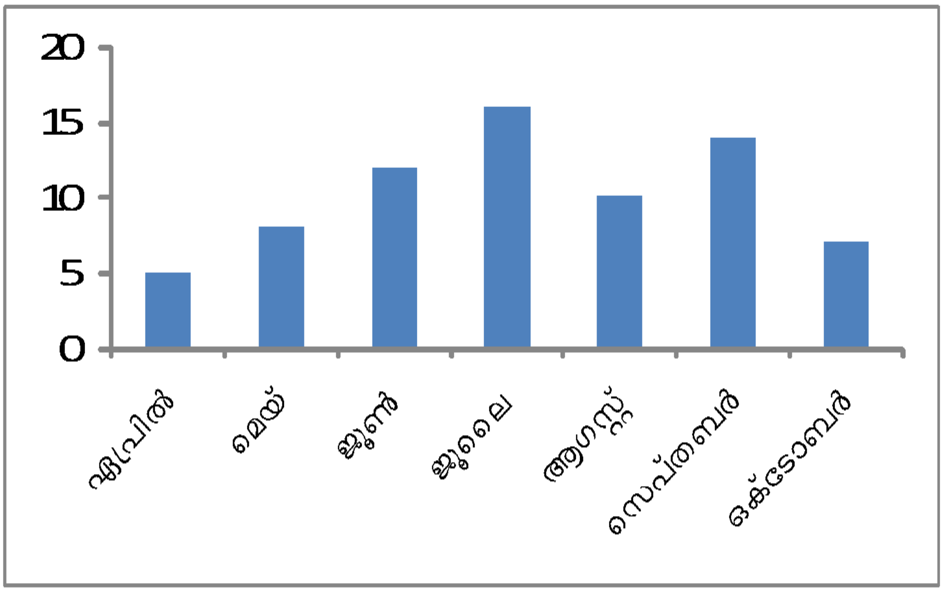
പിക്ടോഗ്രാം എന്ന ആശയവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട് ഏതെല്ലാം ബോധന തന്ത്രങ്ങൾ ക്ലാസിൽ പ്രയോഗിക്കാം? സാധ്യമായവയുടെ ഒരു പട്ടിക തയാറാക്കുക. പ്രവർത്തനക്രമവും എഴുതുക.

2. ബാർ ഡയഗ്രം/ബാർഗ്രാഫ് (ചതുര ചിത്രങ്ങൾ)

ദത്തങ്ങളെ ചിത്രീകരിക്കാനുള്ള മറ്റൊരു മാർഗമാണ് ചതുരചിത്രങ്ങൾ. സംഖ്യയുടെ വലിപ്പത്തിനനുസരിച്ച് ചതുരത്തിന്റെ നീളം വ്യത്യാസപ്പെട്ടിരിക്കും. ഓരോ സംഖ്യക്കും ആനുപാതിക നീളമുള്ള ചതുരങ്ങളെ കുത്തനെയോ (Vertical) വിലങ്ങനെയോ (Horizontal) നിരത്തിവെച്ചാണ് ചതുര ചിത്രങ്ങൾ തയാറാക്കുന്നത്.

ഒരു പട്ടണത്തിൽ കഴിഞ്ഞ വർഷം പെയ്ത മഴയുടെ അളവ് നോക്കുക.

ഏപ്രിൽ	-	5 സെ.മീ
മെയ്	-	8 സെ.മീ
ജൂൺ	-	12 സെ.മീ
ജൂലൈ	-	16 സെ.മീ
ആഗസ്റ്റ്	-	10 സെ.മീ
സെപ്തംബർ	-	14 സെ.മീ
ഒക്ടോബർ	-	7 സെ.മീ



ഈ ചതുരചിത്രത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ പത്ത് ചോദ്യങ്ങൾ തയാറാക്കൂ.

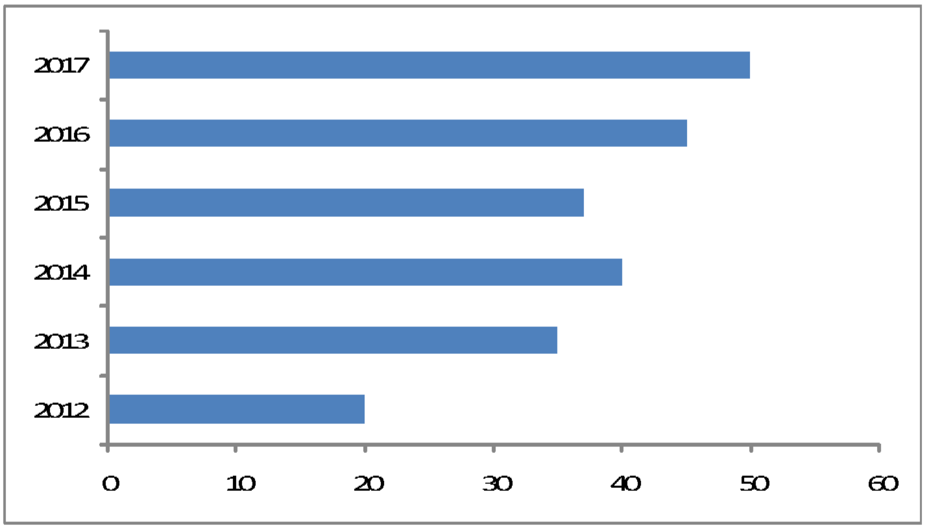
ഇതേ ദത്തങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് തിരശ്ചീന ചതുരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് മറ്റൊരു ചതുരചിത്രം നിർമിക്കൂ.

പ്രശ്ന സന്ദർഭം 1

വർഷാന്ത്യ പരീക്ഷയിൽ ഓരോരുത്തർക്കും വിവിധ വിഷയങ്ങളിൽ ലഭിച്ച സ്കോറുകളുടെ ചതുര ചിത്രം തയാറാക്കി നോക്കൂ. സ്കോറുകൾ തമ്മിൽ അന്തരം വലുതെങ്കിൽ ഉചിതമായ തോതിലേക്ക് ചതുരങ്ങളുടെ നീളം പുനർനിർണയിക്കുമല്ലോ.

പ്രശ്ന സന്ദർഭം: 2

ഒരു സ്കൂളിലെ ഒന്നാം ക്ലാസിലെ സ്കൂൾ പ്രവേശനത്തിലെ വർധനവ്



ഒരു സ്കൂളിൽ ഒന്നാം ക്ലാസിൽ ഉണ്ടായ വിദ്യാർത്ഥി പ്രവേശനത്തിന്റെ ചിത്രീകരണമാണ് ചിത്രത്തിൽ നൽകിയത്. ഇതിനെ അടിസ്ഥാനമാക്കി അഞ്ചു ചോദ്യങ്ങൾ തയാറാക്കുക.

പ്രവർത്തനം :

നിങ്ങളുടെ പരിസരത്തുനിന്നും കണ്ടെത്തിയ പ്രശ്ന സന്ദർഭങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് മൂന്ന് വ്യത്യസ്ത ചതുരചിത്രങ്ങൾ തയാറാക്കുക (പ്രശ്ന സന്ദർഭം കൃത്യമായി എഴുതി തയാറാക്കുമല്ലോ)

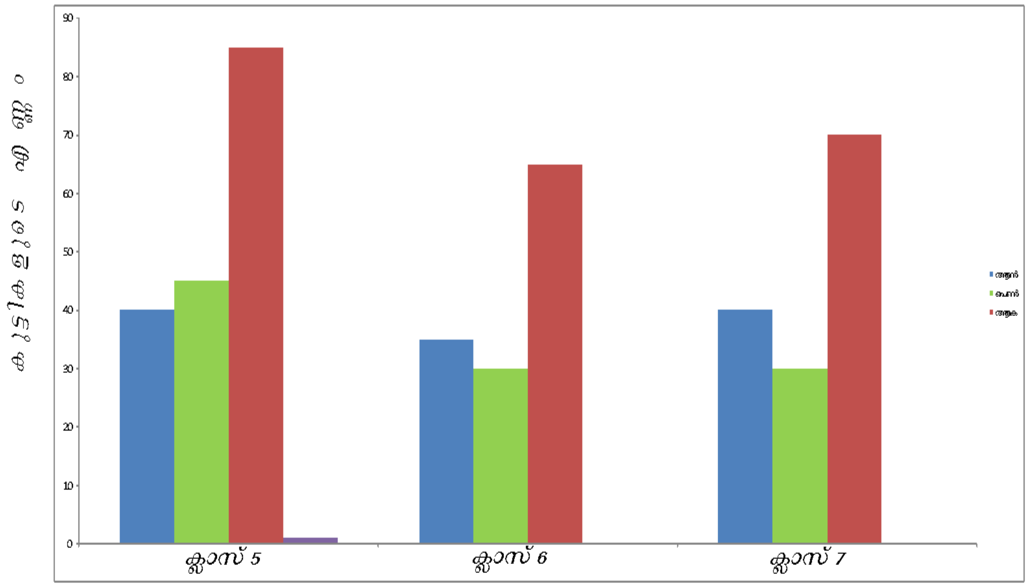
ബഹുചതുര ചിത്രങ്ങൾ (Multiple Bar diagrams)

ഒന്നിലധികം ചരങ്ങളെ (variables) ഒരേ ഗ്രാഫിൽ സൂചിപ്പിക്കേണ്ടി വരുമ്പോൾ ഒന്നിലധികം ചതുരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് അവയെ കാണിക്കുന്നു.

ഉദാ: ഒരു സ്കൂളിലെ വിവിധ ക്ലാസുകളിലെ കുട്ടികളെ ആൺ/പെൺ തിരിച്ച് സൂചിപ്പിക്കേണ്ട അവസരം നോക്കാം

ക്ലാസ്	ആൺ	പെൺ	ആകെ
5	40	45	85
6	35	30	65
7	40	30	70

ഈ ദത്തങ്ങളെ ബഹുചതുര ചിത്രങ്ങളാക്കിയാൽ എങ്ങനെയിരിക്കുമെന്ന് നോക്കാം.



ആൺകുട്ടികൾ, പെൺകുട്ടികൾ, ആകെ കുട്ടികൾ എന്നിവരെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന ചതുരങ്ങളെ പ്രത്യേക നിറങ്ങളിലോ ഡിസൈനുകളിലോ സൂചിപ്പിക്കാവുന്നതാണ്.

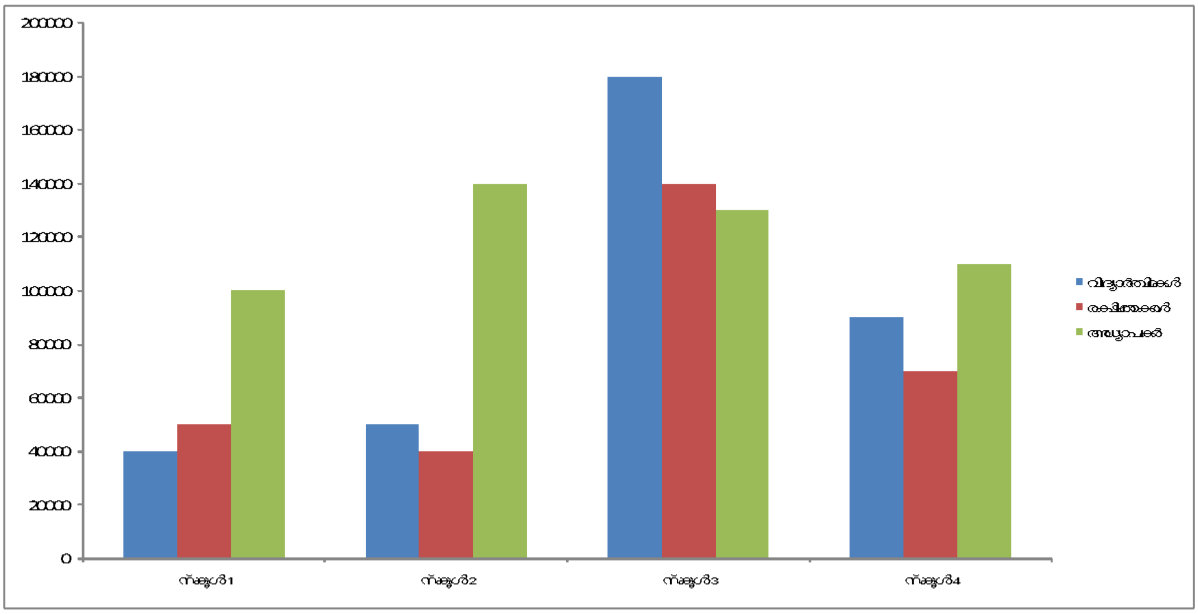
പ്രവർത്തനം

ഇത്തരത്തിൽ ഒന്നിലധികം ചരങ്ങളെ സൂചിപ്പിക്കേണ്ടിവരുന്ന കൂടുതൽ സന്ദർഭങ്ങൾ കണ്ടെത്തി ബഹുചതുര ചിത്രങ്ങൾ വരച്ചു നോക്കൂ.

ലംബമായും തിരശ്ചീനമായും ഇവയെ ചിത്രീകരിക്കൂ. വ്യത്യസ്ത ചരങ്ങൾക്ക് വ്യത്യസ്ത നിറങ്ങളോ ഷേഡുകളോ ഉപയോഗിക്കണം.

പ്രശ്ന സന്ദർഭം

ദുരിതാശ്വാസ ഫണ്ടിലേക്ക് വിദ്യാർഥികൾ, രക്ഷിതാക്കൾ, അധ്യാപകർ, എന്നിവരിൽ നിന്ന് ലഭിച്ച സംഭാവനകൾ ചിത്രീകരിച്ചിരിക്കുന്നത് നോക്കൂ.



ഈ ഗ്രാഫിനെ അടിസ്ഥാനമാക്കി 10 ൽ കുറയാത്ത ചോദ്യങ്ങളും ഉത്തരങ്ങളും തയാറാക്കൂ.

- ചതുര ചിത്രങ്ങൾ, ബഹുചതുര ചിത്രങ്ങൾ എന്നിവയുടെ ബോധനം നടത്തുന്നതിന് ഉചിത മായ ബോധന രീതികൾ ഏതെന്ന് ചർച്ചയിലൂടെ കണ്ടെത്തു.
- ഗണിത ബോധന തന്ത്രങ്ങളിൽ ഈ ആശയം ഉറപ്പിക്കുന്നതിനനുയോജ്യമായവ കണ്ടെത്തി പ്രവർത്തനക്രമം തയാറാക്കുക.
- ബഹുചതുര ചിത്രങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് ചിത്രീകരിക്കാവുന്ന 10 പ്രശ്നസന്ദർഭങ്ങളും അനുയോജ്യ മായ ദത്തങ്ങളും തയാറാക്കുക. ഏതെങ്കിലും മൂന്നെണ്ണം ചിത്രീകരിക്കുക.

3. വൃത്ത ചിത്രങ്ങൾ (Pie diagram/ Pie chart)

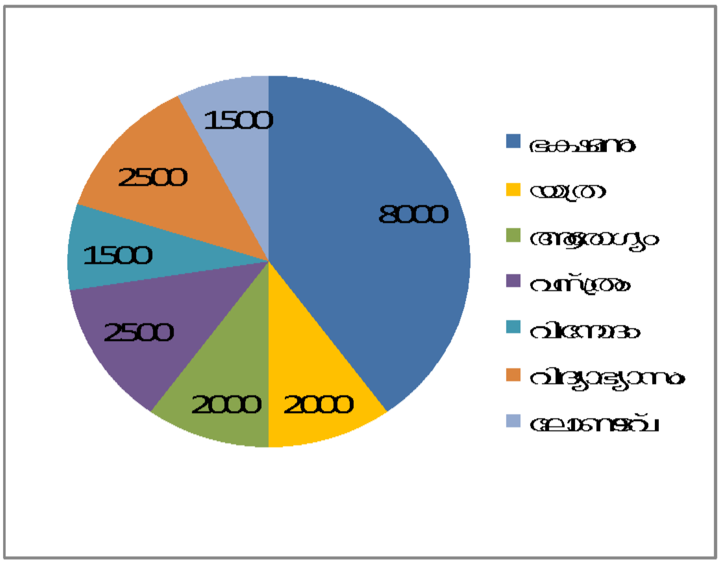
വൃത്താകൃതിയിലുള്ള ഒരു പലഹാരത്തിന് പാശ്ചാത്യ രാജ്യത്തുള്ള പേരാണ് പൈ (**Pie**). ദത്തങ്ങ ളുടെ ചിത്രീകരണവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട വൃത്ത ചിത്രങ്ങൾക്ക് പൈ ഡയഗ്രം എന്ന പേര് ലഭിച്ചത് ഇതിൽ നിന്നാണ്.

ശേഖരിക്കുന്ന ദത്തങ്ങളെ, ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും വൃത്തത്തെ അനുയോജ്യമായ വലിപ്പത്തിൽ വിഭജിച്ച് ചിത്രീകരിക്കുന്നതാണ് പൈ ഡയഗ്രം. വൃത്ത ചിത്രത്തിൽ സാധാരണ ചിത്രീ കരിക്കുന്ന ദത്തങ്ങൾ, ഒരു മുഖ്യ ചരത്തിന്റെ ഘടകചരങ്ങൾ ഏതൊക്കെ അനുപാതത്തിൽ എന്ന് തിരിച്ചറിയുന്ന വിധത്തിലാണ്. ഉദാഹരണമായി ഒരു കുടുംബത്തിന്റെ ആകെ ചെലവ് മുഖ്യ ചരവും, വിവിധ ഇനങ്ങൾക്ക് ചെലവാകുന്ന തുക ഉപചരങ്ങളുമാണ്.

കുടുംബത്തിന്റെ പ്രതിമാസ ചെലവ്

ഇനം	രൂപ
ഭക്ഷണം	8000
യാത്ര	2000
ആരോഗ്യം	2000
വസ്ത്രം	2500
വിനോദം	1500
വിദ്യാഭ്യാസം	2500
ലോണടവ്	1500
ആകെ	20,000

ഇതിനെ വൃത്ത ചിത്രത്തിൽ സൂചിപ്പിച്ചാൽ



ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ ആകെ അളവ് 360^0 ആണല്ലോ. ഓരോ ഉപചരത്തിനെയും സൂചിപ്പിക്കുന്ന സംഖ്യ 360 ന്റെ എത്ര ഭാഗമാണെന്ന് ആനുപാതികമായി കണ്ടെത്തി ചിത്രീകരിക്കണം.

ഈ ഉദാഹരണത്തിൽ

ഭക്ഷണം $\rightarrow 8000 \rightarrow \dfrac{8000}{20000} = 0.4 \rightarrow 0.4 \times 360 = 144^0$

യാത്ര $\rightarrow 2000 \rightarrow \dfrac{2000}{20000} = 0.1 \rightarrow 0.1 \times 360 = 36^0$

വിദ്യാഭ്യാസം $\rightarrow 2500 \rightarrow \dfrac{2500}{20000} = 0.125 \rightarrow 0.125 \times 360 = 45^0$

ഇതേ രീതിയിൽ ഓരോ ഘടകത്തെയും സൂചിപ്പിക്കുന്ന കോണളവ് കണ്ടെത്തി, അതേ അനുപാതത്തിൽ വൃത്തത്തെ വിഭജിച്ച് വ്യത്യസ്ത നിറങ്ങൾ നൽകിയാണ് വൃത്ത ചിത്രങ്ങൾ തയാറാക്കുന്നത്.

പ്രവർത്തനം :

വൃത്ത ചിത്രങ്ങളാക്കി അവതരിപ്പിക്കാവുന്ന 5 ൽ കുറയാത്ത പ്രശ്ന സന്ദർഭങ്ങൾ കണ്ടെത്തി ചിത്രങ്ങൾ തയാറാക്കുക.

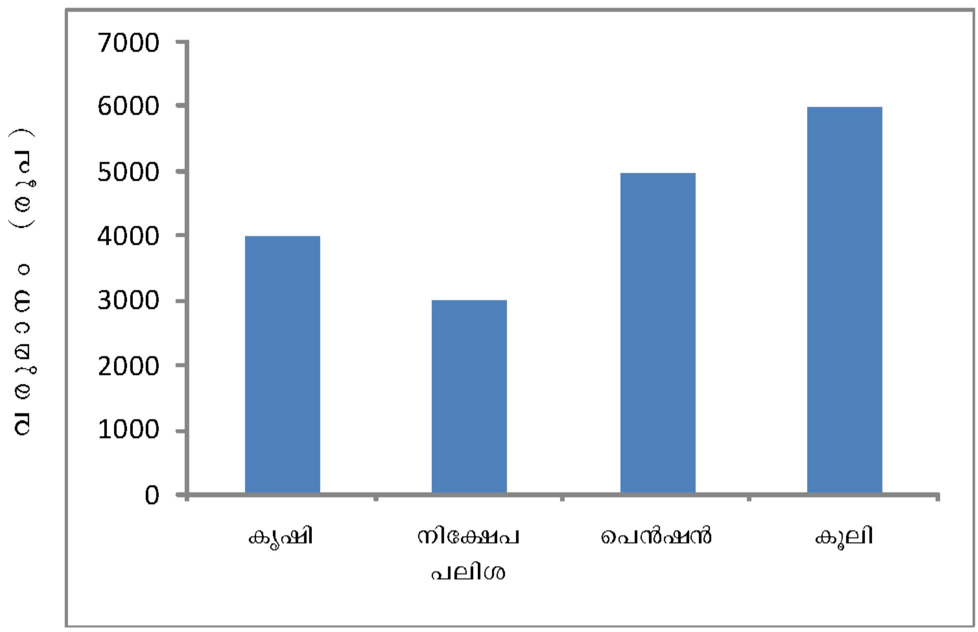
ഓരോ ചിത്രത്തിന്റെയും അടിസ്ഥാനത്തിൽ ചോദ്യങ്ങളും ഉത്തരങ്ങളും തയാറാക്കുക.

അപഗ്രഥന ഉദ്ഗ്രഥന ചോദ്യോത്തരങ്ങളിലൂടെ പ്രശ്ന നിർധാരണം നിർവഹിക്കുമല്ലോ.

4. ചതുര ചിത്രങ്ങളും വൃത്ത ചിത്രങ്ങളും

ചതുരചിത്രങ്ങളിൽ കൂടി വിനിമയം ചെയ്യുന്ന ദത്തങ്ങളെ വൃത്ത ചിത്രങ്ങളാക്കി മാറ്റാം. വൃത്ത ചിത്രങ്ങളെ ചതുരചിത്രങ്ങളാക്കിയും മാറ്റാം.

ഉദാഹരണമായി താഴെ നൽകിയ ചതുര ചിത്രം പരിശോധിക്കുക.

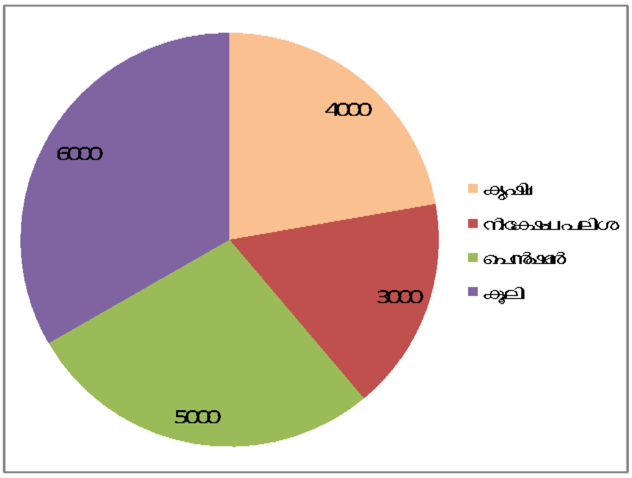


കുടുംബത്തിന്റെ പ്രതിമാസ വരുമാനം

ഒരു കുടുംബത്തിന്റെ പ്രതിമാസ വരുമാനസ്രോതസ്സുകളെയാണ് ഇതിൽ ചിത്രീകരിച്ചിരിക്കുന്നു.

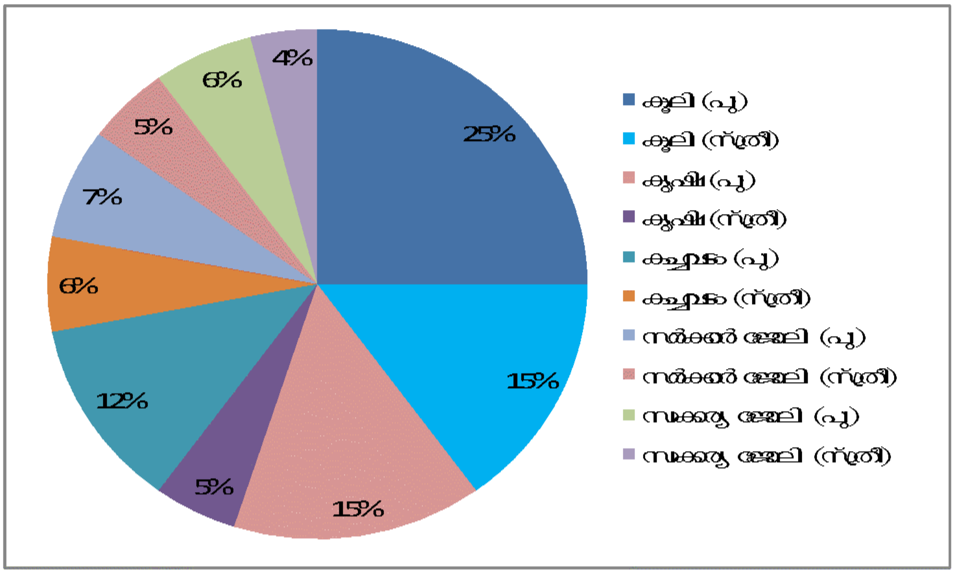
കൃഷി	4000 രൂപ
നിക്ഷേപ പലിശ	3000 രൂപ
പെൻഷൻ	5000 രൂപ
കൂലി	6000 രൂപ
ആകെ	18000 രൂപ

ഇതിനെ വൃത്ത ചിത്രമാക്കി മാറ്റിയാൽ



പ്രവർത്തനം :

താഴെ കൊടുത്ത വൃത്ത ചിത്രം പരിശോധിക്കുക. ഒരു വാർഡിലെ വ്യത്യസ്ത തൊഴിൽ ചെയ്യുന്നവരുടെ കണക്കാണ് നൽകിയിരിക്കുന്നത്.



കൂലി (പു)	25%
കൂലി (സ്ത്രീ)	15%
കൃഷി (പു)	15%
കൃഷി (സ്ത്രീ)	5%
കച്ചവടം (പു)	12%
കച്ചവടം (സ്ത്രീ)	6%
സർക്കാർ ജോലി (പു)	7%
സർക്കാർ ജോലി (സ്ത്രീ)	5%
സ്വകാര്യ ജോലി (പു)	6%
സ്വകാര്യ ജോലി (സ്ത്രീ)	4%

ഈ ദത്തങ്ങളെ ഉപയോഗിച്ച് ഒരു ചതുര ചിത്രം നിർമ്മിച്ചു നോക്കു. നിങ്ങൾക്ക് ലഭിച്ച ഇരട്ട ചതുര ചിത്രത്തിന് വ്യത്യസ്ത നിറങ്ങൾ നൽകുക.

പ്രവർത്തനം :

ചതുര ചിത്രങ്ങളും വൃത്ത ചിത്രങ്ങളും പരസ്പരം മാറ്റി ചിത്രീകരിക്കാവുന്ന 5 ൽ കുറയാത്ത പ്രശ്ന സന്ദർഭങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക. കണ്ടെത്തിയ ദത്തങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് ചതുര ചിത്രങ്ങളുടെയും വൃത്ത ചിത്രങ്ങളുടെയും പതിപ്പുകൾ തയാറാക്കൂ.

5. ആവൃത്തിപ്പട്ടികയും ഹിസ്റ്റോഗ്രാമും

തരംതിരിക്കാത്ത ദത്തങ്ങളെ അനുയോജ്യമായ രീതിയിൽ വർഗീകരിക്കാനും പട്ടികപ്പെടുത്താനും അവയെ ചിത്രീകരിക്കാനും ഹിസ്റ്റോഗ്രാം ഉപയോഗിക്കുന്നു.

ഒരു ക്ലാസിലെ 30 കുട്ടികൾക്ക് ഗണിത പരീക്ഷയിൽ കിട്ടിയ സ്കോറുകൾ താഴെ കൊടുക്കുന്നു.

45, 36, 37, 48, 23, 31, 46, 32, 28, 29, 45, 40, 19, 29, 18, 33, 36, 22, 27, 41, 48, 50, 30, 38, 26, 34, 46, 8, 28, 29

ഗ്രേഡ് നിലവാരം ഇങ്ങനെയാണ്

40 - 50	A
30 - 39	B
20 - 29	C
10 - 19	D
0 - 9	E

ഓരോ ഗ്രേഡ് നിലവാരത്തിലും എത്ര വീതം കുട്ടികൾ ഉണ്ടെന്ന് കണ്ടെത്താൻ ഈ സ്കോറുകളെ എണ്ണി തിട്ടപ്പെടുത്തേണ്ടതുണ്ട്. അതിന് നാം സാധാരണ ടാലി (Tally) അടയാളങ്ങൾ ആണ് ഉപയോഗിക്കുന്നത്.

ഗ്രേഡ്	റേഞ്ച്	എണ്ണം (ടാലി)	ആവൃത്തി
A	40 - 50	𝍸 |||	8
B	30 - 39	𝍸 𝍸 |	11
C	20 - 29	𝍸 ~~|||~~	8
D	10 - 19	||	2
E	0 - 9	|	1

പ്രവർത്തനം :

പ്രശ്നസന്ദർഭം: 1

നിങ്ങളുടെ ക്ലാസിലെ കുട്ടികളുടെ ഉയരം ഇതുപോലെ ആവൃത്തി പട്ടികയാക്കി നോക്കുക.

പ്രശ്ന സന്ദർഭം: 2

നിങ്ങളുടെ സഹപാഠികൾ എത്ര മണിക്കൂർ T.V. കാണുന്നു/ഇന്റർനെറ്റ് ഉപയോഗിക്കുന്നു/ സോഷ്യൽ മീഡിയ ഉപയോഗിക്കുന്നു എന്ന ദത്തം ശേഖരിച്ച് ആവൃത്തിപട്ടികയാക്കുക.

പ്രശ്ന സന്ദർഭം: 3

സഹപാഠികളുടെ രക്ത ഗ്രൂപ്പുകൾ കണ്ടെത്തി ആവൃത്തി പട്ടികയാക്കാനുള്ള

മറ്റ് പ്രശ്ന സന്ദർഭങ്ങൾ കണ്ടെത്തി അഞ്ച് ആവൃത്തി പട്ടികകൾ തയാറാക്കുക.

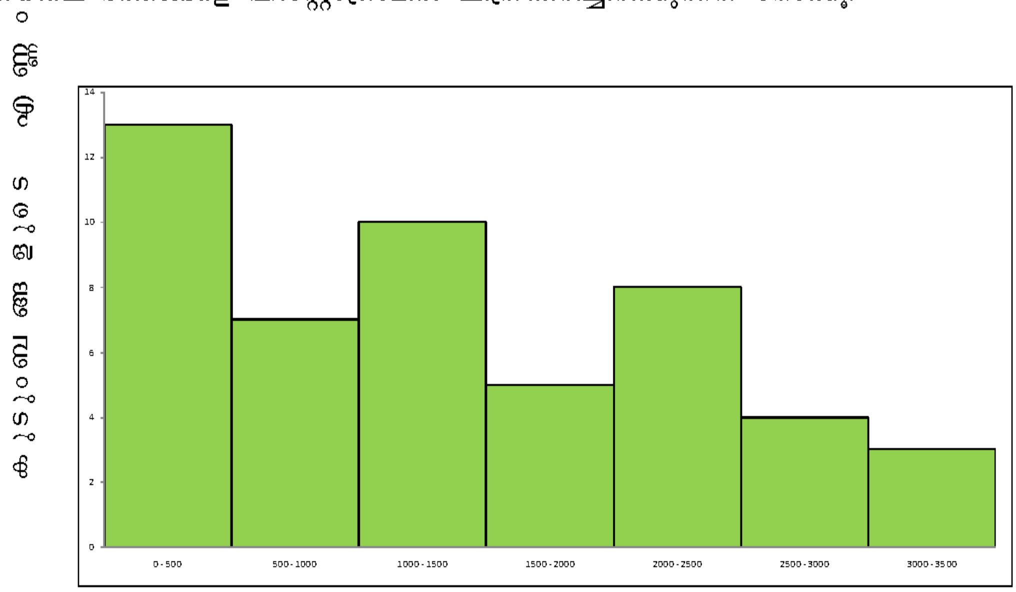
ആവൃത്തിപ്പട്ടികയിൽ കൂടി ക്രമീകരിക്കുന്ന ദത്തങ്ങളെ ഹിസ്റ്റോഗ്രാം രൂപത്തിൽ ചിത്രീകരിക്കാവുന്നതാണ്.

പ്രശ്ന സന്ദർഭം: 1

ചുറ്റുമുള്ള 50 കുടുംബങ്ങളിൽ നടത്തിയ സർവ്വേയിൽ ലഭിച്ച ദിവസവരുമാനമാണ് താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്.

ദിവസവരുമാനം (രൂ)	കുടുംബങ്ങളുടെ എണ്ണം
0 - 500	13
500 - 1000	7
1000 - 1500	10
1500 - 2000	5
2000 - 2500	8
2500 - 3000	4
3000 - 3500	3
ആകെ	**50**

പട്ടികയിലെ ദത്തങ്ങളെ ഹിസ്റ്റോഗ്രാമിൽ ചിത്രീകരിച്ചിരിക്കുന്നത് നോക്കൂ.



പ്രവർത്തനം :

അനുയോജ്യമായ പ്രശ്നസന്ദർഭങ്ങളും ദത്തങ്ങളും ശേഖരിച്ച് 5 ൽ കുറയാത്ത ആവൃത്തി ചതുരങ്ങൾ (ഹിസ്റ്റോഗ്രാം) നിർമിക്കുക.

പാഠപുസ്തക അപഗ്രഥനം

- 5, 6, 7 ക്ലാസുകളിലെ പാഠപുസ്തകങ്ങൾ പരിശോധിച്ച് 'ദത്തങ്ങളുടെ ഗണിത' വുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പാഠങ്ങൾ അപഗ്രഥിച്ച്, ഓരോ പാഠത്തിലും ഉള്ള ദത്തശേഖരണത്തിന്റെയും ദത്തസംസ്കരണത്തിന്റെയും ചിത്രീകരണങ്ങളുടെയും അപഗ്രഥന റിപ്പോർട്ടുകൾ തയാറാക്കുക.
- ഓരോ പഠനനേട്ടത്തിനും അനുബന്ധമായ ബോധനരീതികളും ബോധനതന്ത്രങ്ങളും കണ്ടെത്തി പ്രവർത്തനക്കുറിപ്പുകൾ തയാറാക്കുക.

ഐ.സി.ടി (ICT) യുടെ പ്രയോഗം

- പിക്ടോഗ്രാം, ബാർ ഗ്രാഫ്, പൈ ഗ്രാഫ്, ആവൃത്തി ചതുരം എന്നിവയുടെ ഓരോന്നിന്റെയും രണ്ട് വീതം ചിത്രീകരണങ്ങൾ ICT യുടെ സഹായത്തോടെ തയാറാക്കി CD/pendrive ൽ സൂക്ഷിക്കുക. ഓരോ ചാർട്ട് നിർമ്മാണത്തിന്റെയും നിർമ്മാണക്രമം (സ്റ്റോറി ബോർഡ്) വിശദമായി തയാറാക്കുക. ഇവ പ്രവർത്തന ഡയറിയിലും ഡിജിറ്റൽ രൂപത്തിലും തയാറാക്കുമല്ലോ. ഇതിനായി ഉബുണ്ടുവിൽ

Libre office → calc → Insert chart ഉപയോഗപ്പെടുത്തുക.

(Windows → Word / Excel → Insert chart ഉം ഉപയോഗിക്കാവുന്നതാണ്.)

ഈ യൂണിറ്റിലൂടെ ചർച്ച ചെയ്ത പ്രധാന ആശയങ്ങൾ

- ദത്തവിശകലവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ഉള്ളടക്ക ധാരണ കൈവരിക്കൽ (പ്രൈമറി ഗണിത പാഠപുസ്തകങ്ങളിലെ ബന്ധപ്പെട്ട യൂണിറ്റുകൾ)

- ദത്തവിശകലനവുമായി ബന്ധപ്പെടുത്തി ഗണിതാശയങ്ങളും ധാരണകളും പഠനപ്രവർത്തനങ്ങളും സ്വായത്തമാക്കൽ
- വിവിധ ഗണിത ബോധന രീതികളുപയോഗിച്ച് ദത്തങ്ങളുടെ വിശകലനം പ്രയോഗതലത്തിൽ അപഗ്രഥനം നടത്തൽ
- പഠനനേട്ടങ്ങൾ തിരിച്ചറിയൽ (ദത്തവിശകലനം 5, 6, 7 ക്ലാസുകൾ)
- താഴെപ്പറയുന്ന ഗണിതാശയങ്ങൾ ക്ലാസ് മുറിയിൽ വിനിമയം ചെയ്യുന്നതിനും പ്രായോഗവൽക്കരിക്കുന്നതിനുള്ള ധാരണ കൈവരിക്കൽ എന്നിവയാണല്ലോ.

റഫറൻസ്

1. പാഠപുസ്തകങ്ങൾ ക്ലാസ് 5, 6, 7, 8 (ഗണിതം, ICT). സംസ്ഥാന വിദ്യാഭ്യാസ ഗവേഷണ പരിശീലന സമിതി (SCERT) തിരുവനന്തപുരം.
2. അധ്യാപക കൈപ്പുസ്തകങ്ങൾ, കേരള വിദ്യാഭ്യാസ വകുപ്പ്.
3. സമഗ്ര പോർട്ടൽ, കേരള.

യൂണിറ്റ് 5
ഗണിതാസ്വാദനം

ആമുഖം

ഗണിതം ലളിതവും മധുരതരവുമാകണമെങ്കിൽ ചിന്തയുടെ ഗണിതവൽക്കരണം സന്ദർഭോചിതമായി നടക്കണം. പ്രശ്നസന്ദർഭങ്ങളെ തരണം ചെയ്ത് മുന്നേറാൻ ഈ ഗണിതവൽക്കരണം അനിവാര്യമാണ്. ഗണിതസന്ദർഭങ്ങളെ ദൃശ്യവൽക്കരിക്കാനും ദൃശ്യവൽക്കരിച്ചതിനെ ആസ്വദിച്ച് വ്യാഖ്യാനിക്കാനുമുള്ള കഴിവാണ് കുട്ടികളുടെ പ്രശ്നനിർധാരണശേഷിയെ വർധിപ്പിക്കുന്നത്. ഗണിതം ആസ്വദിച്ച് സ്വായത്തമാക്കാൻ കഴിവുള്ള ഒരു കുട്ടിയിൽ ഗണിതവൽക്കരണം നടന്നു എന്നതിന്റെ തെളിവായി ഇതിനെ കാണാം.

ഗണിതശേഷി നേടുക എന്നത് കേവലം ഗണിതക്രിയകൾ ചെയ്ത് ഉത്തരത്തിൽ എത്തുക എന്നതിനുമപ്പുറത്ത് അതിലെ ആസ്വാദനതലം കൂടി സ്വായത്തമാക്കേണ്ടതുണ്ട്.

ക്ലാസ്റൂം പഠനത്തോടൊപ്പം തന്നെ അനൗപചാരികപഠന സന്ദർഭങ്ങളും ഒരുക്കേണ്ടതുണ്ട്. കുട്ടികൾക്ക് സ്വതന്ത്രമായി ഇടപെടാനുള്ള ഇത്തരം സന്ദർഭങ്ങളാണ് ഗണിതക്ലബ്, ഗണിത ലൈബ്രറി എന്നിവയിൽ ഉൾപ്പെടുത്തേണ്ടത്.

ഗണിതാസ്വാദനം

- പഠനബോധന പ്രക്രിയയിൽ ഗണിതാസ്വാദനം എങ്ങനെ സാധ്യമാക്കണം.
- മൂർത്തമായ ആശയങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് അമൂർത്തമായ ആശയങ്ങളിലേക്കു എത്തിക്കുന്നതിനുള്ള പ്രവർത്തനങ്ങൾ.

ഉദാ:

○	○	△	○	19
△	▭	△	○	23
+	+	△	△	?
○	+	△	+	?
?	19	16	?	

ഇതിൽ വരിയായും നിരയായും തുകകളാണ് ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്നത്. ഓരോ ചിഹ്നവും സൂചിപ്പിക്കുന്ന സംഖ്യ ഏത്?

അറിവ് നിർമാണപ്രക്രിയയുടെ ഘട്ടങ്ങളിലൂടെ ഈ പ്രശ്നത്തെ കുട്ടികൾ പരിഹരിക്കട്ടെ. പ്രശ്നപരിഹരണം നടന്നത് എങ്ങിനെയെന്ന് ഓരോ കുട്ടിയും വിശദീകരിക്കട്ടെ.

പ്രശ്നപരിഹരണത്തിന് ശേഷം അധ്യാപകൻ ചിഹ്നങ്ങൾക്ക് പകരം അക്ഷരങ്ങൾ മാറ്റി എഴുതുന്നു. അതായത്

y	y	x	y	19
x	z	x	y	23
k	k	x	x	?
y	k	x	k	?
?	19	16	?	

പരിഹരിച്ച രീതിയെ കുട്ടികൾ അക്ഷരത്തിലേക്ക് (ചരങ്ങൾ) മാറ്റി പറയുമ്പോൾ സ്വാഭാവികമായി വരുന്ന സമവാക്യങ്ങളെ ഇവിടെ നിർധാരണം ചെയ്ത് പരിഹാരം കാണുകയാണ്.

അതായത് $4x = 16$

അതുകൊണ്ട് $x = \frac{16}{4} = 4$

പിന്നീട്

$3y + x = 19$

$3y + 4 = 19$

$3y = 15$

$y = \frac{15}{3} = 5$

$$\begin{aligned} 2x + y + z &= 23 \\ 8 + 5 + z &= 23 \\ z &= 23 - 13 = 10 \end{aligned}$$

ഇങ്ങനെ ഏറ്റവും ഒടുവിൽ

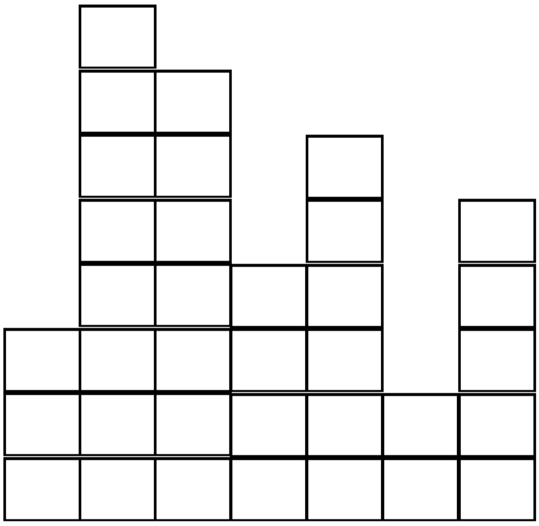
$y + z + 2k = 19$ ൽ നിന്ന്

k യുടെ വില കണ്ടെത്തുമ്പോൾ

അമൂർത്ത വസ്തുതകളെ മൂർത്ത ഭാവത്തോടെ കാണാനുള്ള കഴിവ് കുട്ടികൾ നേടുന്നു.

- സംഖ്യകളുടെ പ്രത്യേകതകളെ/ആശയങ്ങളെ, പാറ്റേണുകളെ, ക്രിയാരീതികളെ ജാമിതീയ പരി പ്രേഷ്യം നൽകി വിശദീകരിക്കുക.

ഉദാഹരണം



ചിത്രത്തിലെ 35 സമചതുര കട്ടകൾ ക്രമീകരിച്ചത് പ്രദർശിപ്പിക്കുന്നു. ചിത്രത്തിൽ എത്ര അട്ടികൾ ഉണ്ട് (7)

അട്ടിയുടെ എണ്ണത്തിൽ മാറ്റം വരുത്താതെ കട്ടകളെ ഒരു ചതുരമായി ക്രമീകരിക്കാമോ?

ചതുരത്തിന്റെ നീളം എത്ര? വീതി എത്രയാണ്? ചതുരത്തിന്റെ വീതിക്ക് ശരാശരിയുമായി ബന്ധമുണ്ടോ? എന്തുകൊണ്ട്? നിങ്ങൾ കണ്ടെത്തുമല്ലോ?

ഗണിത ക്ലബ്

ഗണിത ക്ലബ് എന്തിന്?

- ഗണിതത്തിലെ പുതിയ കണ്ടുപിടിത്തങ്ങളെയും അവയുടെ വളർച്ചയേയും കുറിച്ച് ധാരണ നേടൽ
- ഗണിതത്തിൽ താല്പര്യം വളർത്തുന്നതിന്
- സംഘപ്രവർത്തനങ്ങളിലൂടെ സഹകരണ മനോഭാവം ഉണ്ടാക്കുന്നതിന്.
- ഒഴിവുസമയം ഫലപ്രദമായി ഉപയോഗിക്കൽ.
- ഒഴിവു സമയം കുട്ടികളിൽ യുക്തി സമർത്ഥനത്തിനുള്ള അവസരമുണ്ടാക്കൽ.
- Quiz, exhibition, Maths fair എന്നിവ സംഘടിപ്പിക്കുന്നതിനുള്ള സംഘാടന നൈപുണി നേടുന്നതിന്.
- ശാസ്ത്രീയ മനോഭാവവും, ആത്മധൈര്യവും വർദ്ധിപ്പിക്കുന്നതിന്.
- ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞന്മാരെക്കുറിച്ചും അവരുടെ സംഭാവനകളെക്കുറിച്ചും ഉള്ള അറിവ് നേടുന്നതിന്.
- ഗണിതചരിത്രം മനസ്സിലാക്കുന്നതിന്
- ഗണിതവൽക്കരണത്തിന്റെ ശക്തി തിരിച്ചറിയുന്നതിന്.
-
-

ഗണിത ക്ലബിന്റെ പ്രവർത്തനങ്ങൾ

- Inter-class, inter school മത്സരങ്ങൾ സംഘടിപ്പിക്കൽ.
- സെമിനാർ, debate എന്നിവ സംഘടിപ്പിക്കൽ.
- ഗണിത മാസിക
- ഗണിത ദിനാചരണങ്ങൾ സംഘടിപ്പിക്കൽ.
- Radio, TV പ്രോഗ്രാമുകൾ സംഘടിപ്പിക്കൽ.
- ഗണിതലൈബ്രറി സംഘാടനം.
- ഗണിതലാബ് ഉപകരണങ്ങൾ നിർമിക്കൽ.
- പസിൽ, റിഡിൽസ്, ഗെയിം എന്നിവയുടെ ക്യാമ്പ് സംഘടിപ്പിക്കൽ.
- ഗണിത സഹവാസക്യാമ്പ്, ഗണിതകല, ഗണിത എക്സിബിഷൻ, ഫെയർ എന്നിവ സംഘടിപ്പിക്കൽ.
- ഗണിതത്തിൽ പിന്നോക്കം നിൽക്കുന്ന കുട്ടികളെ സഹായിക്കാനുള്ള പ്രവർത്തനങ്ങൾ.
- ഫീൽഡ് ട്രിപ്പുകൾ
  - വിവിധ തൊഴിലുകളിലെ ഗണിതം
  - പ്രകൃതിയിലെ ഗണിതം
  - നിർമാണ മേഖലയിലെ ഗണിതം
  - ആഭരണനിർമ്മാണകേന്ദ്രം, നെയ്ത്തുശാല, മരപ്പണിശാല......

ഗണിതലൈബ്രറി

സ്വയംപഠനത്തിന്റെ ഫലപ്രദമായ വേദിയാണ് ഗണിതലൈബ്രറി. ഒരു നല്ല ഗണിതലൈബ്രറി അധ്യാപകർക്കും കുട്ടികൾക്കും അറിവിന്റെ നിധിയാണ്. പ്രോജക്റ്റുകളിലെ വിവരശേഖരണത്തിനും, റഫറൻസിനും ഉപയോഗപ്പെടുത്താവുന്ന ഒന്നാണ് ലൈബ്രറി.

ഗണിതലൈബ്രറി എന്തിന്?

- റഫറൻസിങ് എന്ന പഠന തന്ത്രത്തിന്റെ പ്രയോഗം.
- പുതിയ അറിവിനെക്കുറിച്ചുള്ള കൃത്യമായ ധാരണനേടൽ.
- അറിവിന്റെ ആധികാരികത തിരിച്ചറിയാൻ
- വായനാ സംസ്കാരം വളർത്താൻ.
-
-

ഗണിതലൈബ്രറിയെ എങ്ങനെ ഫലപ്രദമാക്കാം

- ഗണിതാധ്യാപകരെ ഉത്തരവാദിത്തം ഏൽപ്പിക്കൽ.
- കുട്ടികൾക്ക് അതുമായി ബന്ധപ്പെട്ട അസൈൻമെന്റ് നൽകൽ.
- ലൈബ്രറിയെ ഇനം തിരിക്കൽ, പാഠഭാഗങ്ങൾക്കനുസരിച്ച് തരംതിരിക്കൽ.

- ഗണിത ക്ലബ് പ്രവർത്തനങ്ങൾ ഏകോപിപ്പിക്കൽ
- കൂടുതൽ വിനോദ വിജ്ഞാന പ്രവർത്തനങ്ങൾ സംഘടിപ്പിക്കൽ.

ഗണിതലാബ്

ഗണിതാശയങ്ങളിൽ പലതും അമൂർത്തമായതിനാൽ പഠനോപകരണങ്ങൾ പ്രയോജനപ്പെടുത്തിയാവണം വിനിമയം നടക്കേണ്ടത്. ആയതിനാൽ ദൃശ്യഗണിതത്തിന് ഊന്നൽ നൽകേണ്ടത് അനിവാര്യമാണ്. പഠനം നടക്കുന്നത് പ്രധാനമായും മൂന്ന് രീതിയിലാണ്. ദൃശ്യപരം, ശ്രവ്യപരം, ശാരീരിക ചലനപരം. ഇവയ്ക്ക് ഒരിടം എന്നതാണ് ഗണിത ലാബിനെകൊണ്ട് ഉദ്ദേശിക്കുന്നത്. 'Learning by doing' എന്ന ആശയത്തിൽ ഊന്നിക്കൊണ്ടുള്ള ഗണിതപഠനം മുന്നോക്കക്കാരേയും പിന്നാക്കക്കാരേയും ഒരു പോലെ പരിഗണിക്കപ്പെടുന്നതാണ്.

ഗണിതപഠനം മികച്ച സജ്ജീകരണങ്ങളോടെയുള്ള ഒരു ഗണിതലാബിലൂടെ എന്നത് പഠനത്തിന്റെ തീവ്രതയും ആസ്വാദനവും വർദ്ധിപ്പിക്കും.

പ്രൈമറി തലത്തിൽ ക്ലാസ്മുറികൾ തന്നെ ഗണിതലാബാക്കി മാറ്റാം. ഇതിനായി ഗണിതലാബിലെ ഉപകരണങ്ങൾ പ്രയോജനപ്പെടുത്താം. കുട്ടികളുടെ പഠനത്തിന് ആവശ്യമായ സാമഗ്രികളും ഉല്പന്നങ്ങളുമാണ് ഗണിതലാബിൽ ഉണ്ടാക്കേണ്ടത്. ഓരോ ഗണിതാശയങ്ങൾക്കും അനുയോജ്യമായ പഠനോപകരണങ്ങൾ സംഘടിപ്പിക്കേണ്ടതാണ്.

നേരനുഭവങ്ങളിലൂടെയാണ് യഥാർത്ഥ പഠനം നടക്കുന്നത്. നിത്യജീവിതത്തിലും പരിസരത്തിലുമുള്ള ഗുണപരമായ സംഭവങ്ങളും പ്രശ്നങ്ങളും ആശയങ്ങളും കുട്ടികൾക്ക് നേരിട്ട് ലഭിച്ചാൽ മാത്രമേ ഗണിതപഠനം യഥാർത്ഥ്യവും സ്ഥിരതയുള്ളതും പ്രബലനം ചെയ്യപ്പെടുന്നതുമാവുകയുള്ളു.

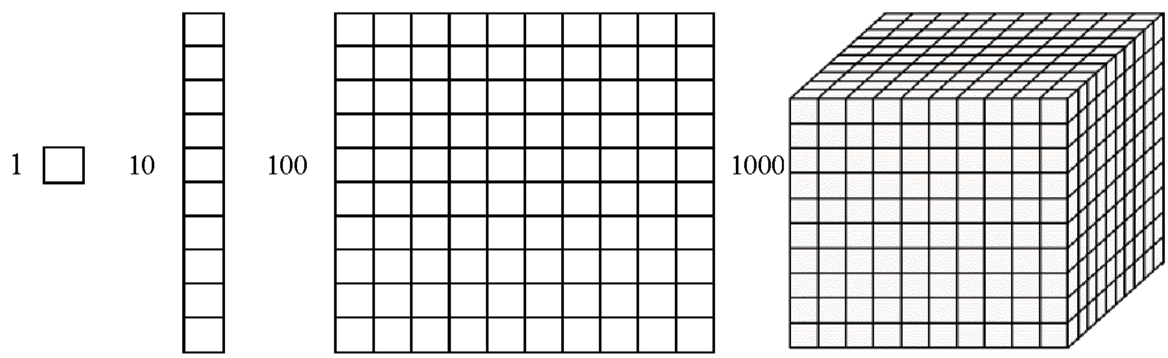
പ്രകൃതിയിലെയും നിത്യജീവിതത്തിലെയും ഗുണപരമായ സാഹചര്യങ്ങളുടെ ക്ലാസ് റൂം രൂപങ്ങളാണ് ഓരോ ഗണിതലാബിലും ഒരുക്കേണ്ടത്. ഇതിനാവശ്യമായ വിഭവങ്ങളെ അനുയോജ്യമായ മാതൃകകളും ഉപകരണങ്ങളും ചിത്രങ്ങളും ദൃശ്യങ്ങളുമാക്കി ഒരുക്കുമ്പോൾ ഒരു ഗണിതലാബ് രൂപപ്പെടുന്നു.

ഓരോ ക്ലാസിലെയും പഠനനേട്ടങ്ങൾ, പ്രധാന ആശയങ്ങൾ എന്നിവ അപഗ്രഥിക്കുമ്പോൾ അനുയോജ്യമായ ലാബ് വിഭവം ഏതെന്ന് കണ്ടെത്താനാവും. ഇങ്ങനെ ഓരോ ക്ലാസിലേക്കും ആവശ്യമായ മുഴുവൻ വിഭവങ്ങളും ഒരുക്കുമ്പോൾ സമ്പൂർണമായ ലാബ് രൂപപ്പെടുന്നു.

ഗണിതലാബ് ഒരുക്കുന്നതിനുള്ള ധാരാളം റഫറൻസ് പുസ്തകങ്ങളും ഇന്റർനെറ്റ് വിഭവങ്ങളും ലഭ്യമാണ്. അവ ഉപയോഗിച്ച് കൂടുതൽ ധാരണകൾ രൂപീകരിക്കുമല്ലോ.

ഗണിതലാബിലെ ഇനങ്ങൾ എന്തൊക്കെ?

- Place value kit

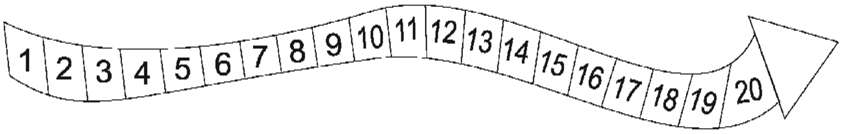


ഒന്ന്, പത്ത്, നൂറ്, ആയിരം എന്നിവയെ സൂചിപ്പിക്കുന്നതിന് അനുയോജ്യമായ റോഡുകൾ ആണ് ഇതിൽ ഉപയോഗിക്കുന്നത്. സംഖ്യാബോധവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പ്രവർത്തനങ്ങൾക്ക് ഇവ അനുയോജ്യമാണ്.

- Jodo block

പരസ്പരം ചേർത്ത് വെക്കാൻ പറ്റുന്ന ചെറിയ ബ്ലോക്കുകളാണ് ഇവ. സംഖ്യാബോധവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പ്രവർത്തനങ്ങളും, സങ്കലനം, വ്യവകലനം, ഗുണനം എന്നിവയുടെ ആശയാവതരണം ഇവ ഉപയോഗപ്പെടുത്താം.

- സംഖ്യാറിബൺ



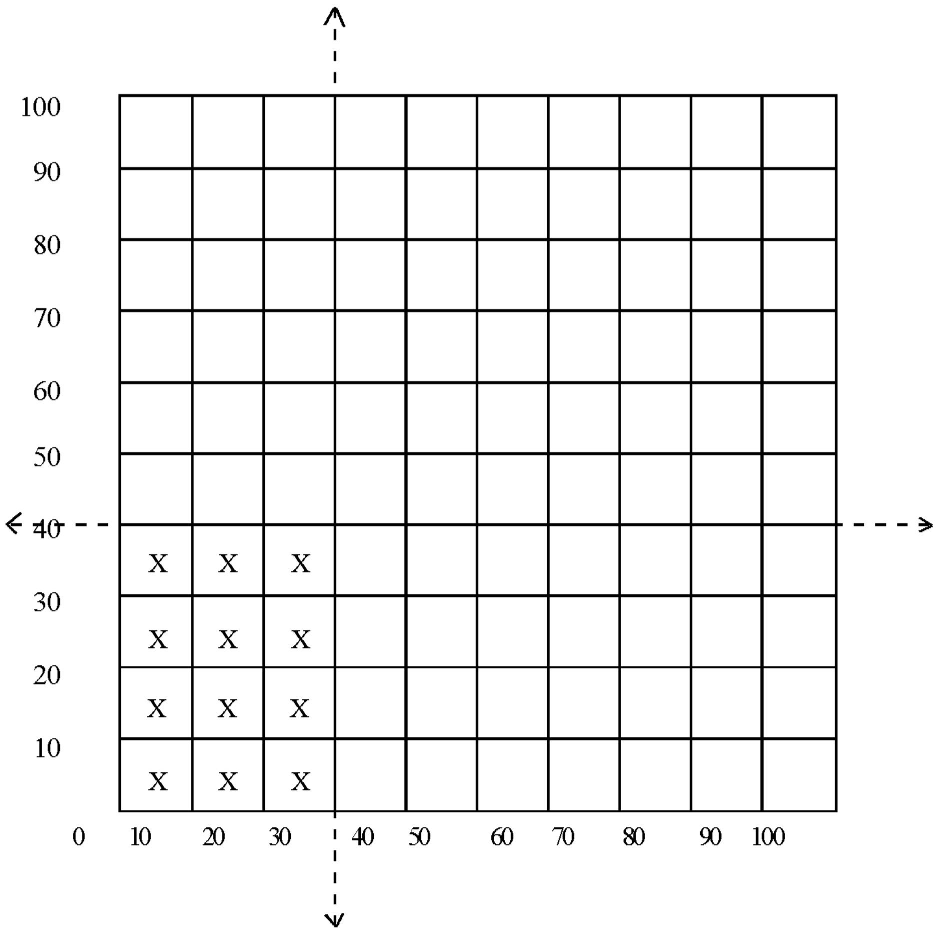
- Fraction disc

ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ വലിപ്പം തുല്യഭിന്നം എന്നീ ആശയങ്ങൾ visualise ചെയ്യുന്നതിന് ഈ ഡിസ്ക് ഉപയോഗിക്കാം. മരം, സിന്തറ്റിക്ക് റബർ എന്നിവകൊണ്ടാണ് ഇത് നിർമിക്കുക.

1				
$^1/_2$	$^1/_2$			
$^1/_3$	$^1/_3$	$^1/_3$		
$^1/_4$	$^1/_4$	$^1/_4$	$^1/_4$	
$^1/_5$	$^1/_5$	$^1/_5$	$^1/_5$	$^1/_5$

- 10x10 grid board (percentage board)

ശതമാനവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ആശയവ്യക്തതക്ക് ഈ ബോർഡ് ഉപയോഗിക്കാം. ഉദാഹരണം 40 ന്റെ 30% എത്രയാണ് എന്ന് ചിത്രത്തിൽ രേഖപ്പെടുത്തിയ പ്രകാരം കണ്ടെത്താം.



30ന്റെ 40% എത്ര?

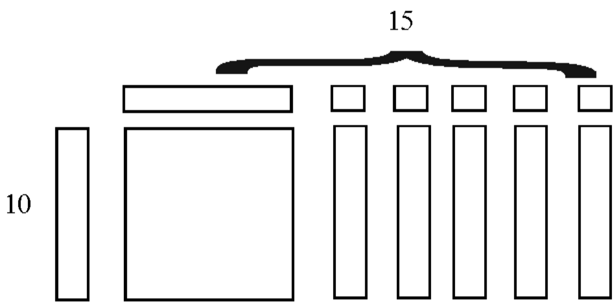
15ന്റെ 20% ഈ ബോർഡിൽ നിന്ന് എങ്ങനെ കണ്ടെത്താം?

- ഗുണന, ഹരണ സ്ട്രിപ്പുകൾ

  ഗുണനത്തിനും ഹരണത്തിനും ഒരു പോലെ ഉപയോഗിക്കാൻ പറ്റുന്നതാണ് ഈ സ്ട്രിപ്പുകൾ. കാർഡ്ബോർഡ്/കട്ടിപേപ്പർ കൊണ്ട് നിർമ്മിക്കാം.

ഈ സ്ട്രിപ്പ് ഉപയോഗിച്ച് 15 ×10 രേഖപ്പെടുത്തിയത് നോക്കൂ.

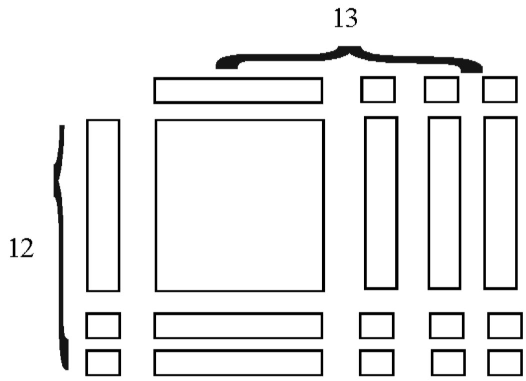
15×10



$15 \times 10 = 150$

$10 \times 10 + 5 \times 10 = 150$

13 × 12 എങ്ങിനെ ചിത്രീകരിക്കാം.



$13 \times 10 = 130$

$13 \times 2 = 26$

$13 \times 12 = 156$

ഒരു ഗണിതലാബിൽ എന്തൊക്കെ ഇനങ്ങളാണ് വിവിധ ലേണിംഗ് എയ്ഡ് നിർമാണത്തിന് അത്യാവശ്യമായിട്ടുള്ളത്. അധ്യാപകരും കുട്ടികളും രക്ഷിതാക്കളും ചേർന്ന് ലാബിലേക്കാവശ്യമായ പഠനോപകരണങ്ങൾ നിർമിക്കാം.

- Black board
- Black board പോലെ ഉപയോഗിക്കാൻ പറ്റുന്ന മേശ.
- Reference പുസ്തകങ്ങൾ
- ഗണിത ഉപകരണങ്ങൾ
- LCD, Calculator തുടങ്ങിയവ
- Charts, glazed paper, sketch pen എന്നിവ
- Pin, threads
- ജിയോ ബോർഡ്
- യൂണിറ്റ് ക്യൂബുകൾ
- Area perimeter board
- Transperency sheet
- സിന്തറ്റിക് റബ്ബർ - വിവിധ കളറുകളിൽ
- സ്റ്റിക്കർ പേപ്പർ
- Foam board
- Acrylic sheet
- സംഖ്യാ കാർഡുകൾ
- Models of solids
- ഗ്രാഫുകൾ
- ഗണിത സോഫ്റ്റ്‌വയർ ഇൻസ്റ്റാൾ ചെയ്ത കമ്പ്യൂട്ടർ.
- ഗണിത റിസോഴ്സ് മെറ്റീരിയൽ സോഫ്റ്റ് കോപ്പി.
- വിവിധ കളർ ടോക്കണുകൾ.
-
-

റഫറൻസ്

ഗണിതലാബ് - എസ്.സി.ഇ.ആർ.ടി, തിരുവനന്തപുരം

A mannual for Mathematical Laboratory - NCERT

A mannual for Mathematical Laboratory - Prof. M.N. Rao

പസിലുകൾ, കളികൾ

പുതിയ കാര്യങ്ങൾ കണ്ടെത്താൻ പ്രേരിപ്പിക്കുന്നതും അന്വേഷണത്വര വർദ്ധിപ്പിക്കുന്നതുമാകണം ഗണിതപഠനവും അധ്യാപനവും. പസിലുകൾ പോലുള്ള ഗണിത പ്രശ്നങ്ങൾ യുക്തി സമർത്ഥനത്തിലൂടെ ഉത്തരം കണ്ടെത്തുമ്പോഴുണ്ടാകുന്ന കേവലാഹ്ലാദം ചെറുതല്ല. ജാമിതിയിലേയും സംഖ്യാബന്ധങ്ങളിലേയും രസികത്വവും അവയുടെ ചലനാത്മകതയും കുട്ടികൾക്ക് അനുഭവഭേദ്യമാക്കാൻ അധ്യാപകവിദ്യാർത്ഥികൾക്ക് കഴിയണം.

പസിലുകളിലേയും ഗെയിമുകളിലേയും പ്രശ്നപരിഹരണത്തിന് വിവിധ പ്രശ്നപരിഹരണ തന്ത്രങ്ങൾ ഉപയോഗപ്പെടുത്താവുന്നതാണ്.

കുട്ടികൾ ഒരു പസിൽ നിർധാരണം ചെയ്യുന്നതിനോടൊപ്പം അതിൽ അടങ്ങിയിരിക്കുന്ന ഗണിതയുക്തി കൂടി തിരിച്ചറിയേണ്ടിയിരിക്കുന്നു.

പ്രവർത്തനങ്ങൾ :

1) കുറേ കുട്ടികൾ വട്ടത്തിൽ (round) ഓടുന്നു. എല്ലാ കുട്ടികളും ക്രമമായി നമ്പർ പറയുന്നു 1, 2, 3, 4, ... അടുത്തടുത്ത് നിൽക്കുന്ന കുട്ടികൾ പറഞ്ഞ നമ്പറുകളുടെ തുക 20 ആയാൽ ആ റൗണ്ടിൽ ആകെ എത്ര കുട്ടികൾ ഉണ്ട്?

ഈ പ്രശ്നം എങ്ങനെയാണ് നിർധാരണം ചെയ്യുന്നത്?

എണ്ണൽ സംഖ്യകളിൽ തുടർച്ചയായ രണ്ട് എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുകയുടെ പ്രത്യേകത എന്താണ്?

അവ എപ്പോഴും ഒരു ഒറ്റ സംഖ്യ ആയിരിക്കുമോ? എന്തുകൊണ്ട്? അടുത്തടുത്തുള്ള രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ തുക ഇരട്ടസംഖ്യ ആവുമോ?

എങ്കിൽ റൗണ്ടിലെ അവസാനത്തെ കുട്ടിയും ആദ്യത്തെ കുട്ടിയും പറയുന്ന സംഖ്യ ആയിരിക്കില്ലേ?

അതായത് $1 + 19 = 20$

അതുകൊണ്ട് ആ വട്ടത്തിൽ ആകെ 19 കുട്ടികൾ ഓടുന്നു.

- അടുത്തുള്ള രണ്ടിൽ കൂടുതലുള്ള കുട്ടികളെ പരിഗണിച്ചാൽ എങ്ങനെയൊക്കെയാവും?
- 20 നു പകരം മറ്റു സംഖ്യകളായാൽ എങ്ങനെയാവും?

ഇവിടെ ചർച്ച ചെയ്യാവുന്ന ഗണിതാശയം തുടർച്ചയായ രണ്ട് എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക എപ്പോഴും ഒരു ഒറ്റ സംഖ്യ ആയിരിക്കും.

2) മൂന്നു ലൈറ്റ് ഹൗസുകളിൽ ഒന്നാമത്തെ ലൈറ്റ് ഹൗസ് ഓരോ രണ്ടു മിനിട്ടിലും പ്രകാശിക്കും. രണ്ടാമത്തെ ലൈറ്റ് ഹൗസ് മൂന്നു മിനുട്ടിലും മൂന്നാമത്തെ ലൈറ്റ് ഹൗസ് അഞ്ച് മിനിട്ട് ഇടവിട്ടുമാണ് പ്രകാശിക്കുന്നത്. ഇവ മൂന്നും രാവിലെ ആറ് മണിക്ക് ഒന്നിച്ച് പ്രകാശിച്ചെങ്കിൽ അടുത്ത ഏത് സമയത്താണ് ഇവ വീണ്ടും ഒന്നിച്ച് പ്രകാശിക്കുന്നത്?

ഈ പ്രശ്നം പരിഹരിക്കുക. ഇതിൽ അടങ്ങിയിരിക്കുന്ന ഗണിതാശയം ഏതാണ്?

അസൈൻമെന്റ്

- ക്ലാസ്സിൽ ഒരു ഗണിത പസിൽ പതിപ്പ് പ്രസിദ്ധീകരിക്കുക.

കളികൾ (games)

അനൗപചാരികമായ അന്തരീക്ഷത്തിൽ സ്വാഭാവികമായി ഗണിതാസ്വാദനത്തിന് ഗണിത കളികളെ ഉപയോഗപ്പെടുത്താവുന്നതാണ്.

ഉദാഹരണം.

ക്ലാസ്സിലെ കുട്ടികളെ രണ്ട് ഗ്രൂപ്പുകളാക്കുന്നു. ഒന്നാമത്തെ ഗ്രൂപ്പിനോട് 200 ൽ താഴെയുള്ള ഒരു സംഖ്യ വിചാരിച്ച് (മറ്റ് ഗ്രൂപ്പ് അറിയാതെ) സംഖ്യ ഒരു പേപ്പറിൽ എഴുതി അധ്യാപകനെ ഏൽപ്പിക്കാൻ ആവശ്യപ്പെടുന്നു. രണ്ടാമത്തെ ഗ്രൂപ്പ് ആണ് ചോദ്യങ്ങൾ ചോദിക്കുന്നത്. പരമാവധി 8 ചോദ്യങ്ങൾ (yes / no ചോദ്യങ്ങൾ) കൊണ്ട് ഒന്നാമത്തെ ഗ്രൂപ്പ് വിചാരിച്ച സംഖ്യ തിരിച്ചറിയണം. ഇല്ലെങ്കിൽ അവർ തോറ്റതായി പ്രഖ്യാപിക്കുന്നു. കളിതുടരുന്നു. അടുത്ത സംഖ്യ വിചാരിക്കാനുള്ള അവസരം രണ്ടാമത്തെ ഗ്രൂപ്പിന്. ഈ കളിയുടെ നിയമങ്ങൾ മാറ്റിയാൽ പല ഗണിതാശങ്ങളും ഉറപ്പിക്കാനുള്ള അവസരമുണ്ടാകും.

ഉദാഹരണം 1

100 ൽ താഴെയുള്ള അഭാജ്യ സംഖ്യ വിചാരിക്കാൻ ആവശ്യപ്പെടുക.

എങ്ങനെ കളി നയിക്കും?

ഉദാഹരണമായി 100 ൽ താഴെയുള്ള ഒരു സംഖ്യയാണ് കണ്ടെത്തേണ്ടത് എന്ന് കരുതുക. താഴെ സൂചിപ്പിച്ച രീതിയിൽ ചോദ്യങ്ങൾ ആവാം.

	ചോദ്യം	ഉത്തരം
1.	70 ൽ കുറവാണോ?	അതെ
2.	50 ൽ കുറവാണോ?	അതെ
3.	25 ൽ കൂടുതലാണോ?	അല്ല
4.	13 ൽ കുറവാണോ?	അതെ
5.	6 ൽ കൂടുതലാണോ?	അതെ
6.	9 ൽ കൂടുതലാണോ?	അതെ
7.	12 ൽ കുറവാണോ?	അതെ
8.	11 അല്ലേ?	അതെ

എങ്കിൽ 200 ൽ താഴെയുള്ള ഒരഭാജ്യസംഖ്യയാണെങ്കിൽ എങ്ങനെ ചോദ്യങ്ങൾ ചോദിക്കാം?

ഉദാഹരണം 2

കാർഡ്കളി

കുറേ കാർഡുകളിൽ സംഖ്യകൾ എഴുതി (ഉദാ 1 മുതൽ 100 വരെ - 100 കാർഡ്) ഷഫിൾ ചെയ്ത് വയ്ക്കുക. എത്ര കുട്ടികൾക്കും ഈ കളിയിൽ പങ്കെടുക്കാം. ആദ്യമായി ഓരോ കുട്ടിക്കും 4 വീതം കാർഡുകൾ കൊടുക്കുക. ബാക്കി കാർഡ് മേശമേൽ കമിഴ്ത്തി വയ്ക്കുക. കളി ജയിക്കണമെങ്കിൽ 4 കാർഡിലെയും സംഖ്യകളെ രണ്ട് പൂർണ്ണവർഗ്ഗ സംഖ്യകളായി മാറ്റണം. (തുക, വ്യവകലനം, ഗുണനം എന്നിവ ഉപയോഗിക്കാം) പൂർണ്ണ വർഗ്ഗങ്ങളുടെ തുക ആകുന്നില്ലെങ്കിൽ ഒരു കാർഡ് മേശമേൽ

വെച്ച് കമിഴ്ത്തിവെച്ച കാർഡിൽ നിന്ന് ഒന്ന് എടുക്കാം. വീണ്ടും ശരിയാകുന്നില്ലെങ്കിൽ അടുത്ത ആളുടെ ഊഴമാണ്. ഇങ്ങനെ കളിതുടരാം. ഏറ്റവും അവസാനമായ ആൾ കളിയിൽ പരാജയപ്പെടുന്നു.

അസൈൻമെന്റ്

1 മുതൽ 5 വരെയുള്ള ക്ലാസിലെ ഗണിതാശയങ്ങളുമായി ബന്ധപ്പെട്ട കളികൾ കണ്ടെത്തുക. അവതരിപ്പിക്കുക

ഗണിത ശേഖരം:

ഗണിത കേളികൾ, ഗണിതപസിൽ, ഗണിതകഥ, ഗണിത കവിതകൾ, ഗണിത നിഘണ്ടു, എന്നിവയുടെ ശേഖരം ഗണിത പഠനത്തിൽ താത്പര്യമുണ്ടാക്കാൻ ഉപയോഗിക്കാവുന്ന വിവിധ പഠനതന്ത്രങ്ങളാ യാണ് കാണേണ്ടത്.

ഗണിതത്തിൽ താത്പര്യമുണ്ടാക്കുന്നതിന് ഇവ ഓരോന്നും അനുയോജ്യമായ സന്ദർഭങ്ങളിൽ ഉപ യോഗപ്പെടുത്താവുന്നതാണ്. കുട്ടികളും അധ്യാപകരും പഠനത്തിന്റെ ഓരോ ഘട്ടത്തിലും ഇവ ശേഖ രിക്കുക.

ആശയ രൂപീകരണത്തിന്റെ ആരംഭത്തിൽ അഭിപ്രേരണയുണ്ടാക്കുന്നതിനും നേടിയ ആശയങ്ങൾ ഉറപ്പിക്കുന്നതിനും പ്രയോഗതലത്തിൽ എത്തിക്കുന്നതിനും ഇത് ഉപയോഗപ്പെടുത്താവുന്നതാണ്. കുട്ടികളിൽ യുക്തിചിന്ത, സർഗാത്മകത തുടങ്ങിയ ശേഷികൾ വളർത്തുന്നതിന് ഇത്തരം പ്രവർത്ത നങ്ങൾ പ്രയോജനപ്പെടുന്നു.

പ്രവർത്തനം : •

ചില പസിലുകൾ ചെയ്തു നോക്കാം.

1.

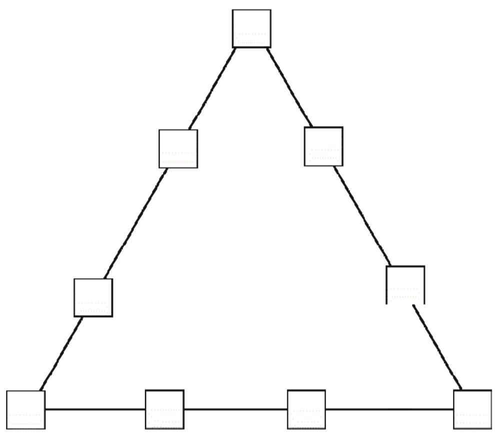
	12	

	13	

	14	

1 മുതൽ 8 വരെ സംഖ്യകൾ ഓരോ കോളങ്ങളിലും എഴുതി മധ്യത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്ന സംഖ്യ വരിയിലും നിരയിലും തുകയായി വരത്തക്കവിധം ക്രമീകരിക്കണം.

2.



1 മുതൽ 9 വരെ സംഖ്യകൾ കോളങ്ങളിൽ ക്രമീകരിക്കണം. ഓരോ വശങ്ങളിലേയും 4 സംഖ്യകളുടെ തുകയും തുല്യമാവണം.

3.

- 4	- 3	- 2	- 1	0	1	2	3	4

എന്നീ അക്കങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് തുക പൂജ്യമാവുന്ന മാന്ത്രിക ചതുരം പൂർത്തിയാക്കണം.

ഇത്തരത്തിലുള്ള പസിലുകളുടെ ശേഖരം പതിപ്പുകളാക്കി അവതരിപ്പിക്കുക.

ഒറിഗാമി

ലളിതമായ പേപ്പർ ഫോൾഡിംഗ് പ്രവർത്തനങ്ങളിലൂടെ ഗണിതപഠനം എളുപ്പവും ആസ്വാദ്യകരവുമാക്കുന്നതിന് 'ഒറിഗാമി' പ്രവർത്തനം ഉപയോഗിക്കാം.

ഉദാ: ഒരു A4 പേപ്പർ മടക്കി സഡാക്കോ കൊക്കുണ്ടാക്കുന്ന പ്രവർത്തനം നടത്തുന്നു. കൊക്കിന്റെ ചിറകിലും ശരീരഭാഗങ്ങളിലും നിറം നൽകുന്നു. പേപ്പർ നിവർത്തുമ്പോൾ മനോഹരമായ ഒരു ജ്യാമിതീയ പാറ്റേൺ ലഭിക്കുന്നു.

ഈ പ്രവർത്തനത്തിന്റെ ഗണിതപരമായ സാധ്യതകൾ

- നിർമാണത്തിന്റെ ഓരോ ഘട്ടത്തിലേയും ഗണിതപരമായ സാധ്യതകൾ

- ചതുരം
- സമചതുരം
- ത്രികോണങ്ങൾ
- കോണുകൾ
- ജ്യാമിതീയ പാറ്റേൺ

ഈ പ്രവർത്തനത്തിന്റെ സവിശേഷതകൾ എന്തെല്ലാം?

- ഗണിതത്തോട് താത്പര്യമുണ്ടാക്കുന്നു.
- ഗണിതശേഷികൾ വളർത്തുന്നു.
- വ്യത്യസ്ത പഠനാനുഭവങ്ങൾ ലഭിക്കുന്നു.
- ഒരു പ്രവർത്തനത്തെ വ്യത്യസ്ത ഗണിത ആശയങ്ങളുമായി ബന്ധിപ്പിക്കാൻ കഴിയുന്നു.
- നിർദ്ദേശത്തിൽ ഗണിതഭാഷയുടെ ഉപയോഗത്തിലൂടെ കുട്ടിയുടെ ചിന്തയെ ഗണിതവൽക്കരിക്കാൻ കഴിയുന്നു.

പ്രവർത്തനം :

ഗണിതപഠനത്തിന്റെ ഭാഗമായി മറ്റെന്തെല്ലാം ഒറിഗാമി/പേപ്പർ ഫോൾഡിംഗ് സാധ്യതകൾ ഉപയോഗപ്പെടുത്താം? കണ്ടെത്തിനോക്കൂ.

മനക്കണക്ക്

ഗണിതപഠനത്തിൽ ഒഴിവാക്കാൻ പറ്റാത്തതാണ് മനക്കണക്കിന്റെ സാധ്യത. വേഗതയും യുക്തിചിന്തയും വർദ്ധിപ്പിക്കാൻ വളരെ ഫലപ്രദമായ മാർഗമാണ് മനക്കണക്ക്. കുട്ടികളിൽ വെല്ലുവിളി ഉയർത്താനും അതുവഴി ഗണിതപഠനത്തിൽ കൂടുതൽ താത്പര്യം ജനിപ്പിക്കാനും സാധിക്കുന്നു. സ്വയം വിലയിരുത്തലിലൂടെ കൂടുതൽ ആത്മവിശ്വാസം വർദ്ധിക്കുന്നതിനും മനക്കണക്കുകൾ സഹായിക്കുന്നു.

ഉദാ: 1. $1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}\right)$ എത്ര?

2. $10^2 - 9^2 + 8^2 - 7^2 + 6^2 - 5^2 + 4^2 - 3^2 + 2^2 - 1^2$ എത്ര?

3. 64 ന്റെ $6\frac{1}{4}\%$ എത്ര?

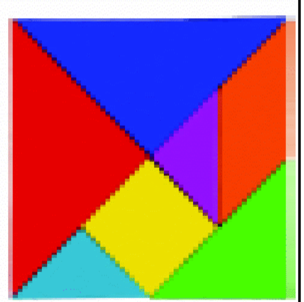
പ്രവർത്തനം :

ഓരോ ഗണിതാശയം/യൂണിറ്റുമായി ബന്ധപ്പെട്ട് യുക്തിചിന്തക്ക് പ്രാധാന്യമുള്ള മനക്കണക്കിന്റെ സാധ്യതകൾ കണ്ടെത്തി ചോദ്യശേഖരമുണ്ടാക്കുക. അവതരിപ്പിക്കുക.

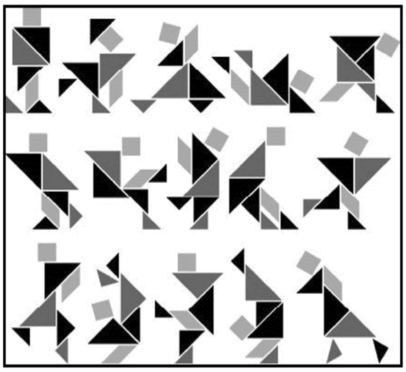
ടാൻഗ്രാം (ചൈനീസ് പസിൽ)

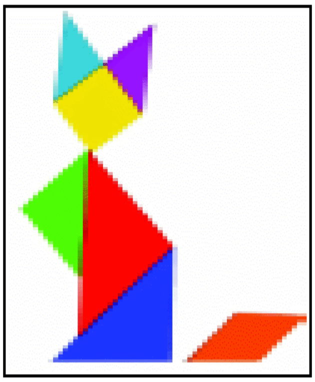
പ്രാചീനകാലം മുതൽ ചൈനയിൽ പ്രചാരത്തിലുണ്ടായിരുന്ന ഗണിത പ്രഹേളികയാണ് ടാൻഗ്രാം. ഒരു സമചതുരത്തെ നിശ്ചിത രീതിയിൽ 7 ജ്യാമിതീയ രൂപങ്ങളാക്കി മാറ്റി അവ മുഴുവൻ ഉപയോഗിച്ചുകൊണ്ട് പലതരത്തിലുള്ള രൂപങ്ങൾ തയാറാക്കുന്നു.

ഭൂമുഖത്തുള്ള ഒട്ടുമിക്ക ജീവികൾ, സസ്യങ്ങൾ, പൂക്കൾ, തുടങ്ങി എല്ലാ രൂപങ്ങളും ഇത് ഉപയോഗിച്ച് നിർമിക്കാം. കുട്ടികളിൽ യുക്തിചിന്ത വളർത്തുന്നതിനും ഗണിതത്തിന്റെ ആസ്വാദനതലം വികസിപ്പിക്കുന്നതിനും ടാൻഗ്രാം ചിത്രങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കാം. പതിനായിരത്തിൽപരം വ്യത്യസ്ത ചിത്രങ്ങൾ ടാൻഗ്രാം ഉപയോഗിച്ച് ഇതിനകം തയാറാക്കിയിട്ടുണ്ട്.



ചിത്രം 1





(സമചതുരത്തെ ചിത്രം 1 ൽ കാണിച്ചപോലെ 7 ഭാഗങ്ങളാക്കി മാറ്റുന്നു)

പ്രവർത്തനം :

ടാൻഗ്രാം ചിത്രങ്ങൾ ശേഖരിക്കുകയും സ്വന്തമായി കൂട്ടിച്ചേർക്കലുകൾ വരുത്തി ടാൻഗ്രാം പതിപ്പുകൾ തയാറാക്കുക.

പ്രകൃതിയിലെ ഗണിതം

പ്രകൃതിയിലെ മിക്ക പ്രതിഭാസങ്ങൾക്കും ഗണിതവുമായി ബന്ധമുണ്ട്. ഇവ നിരീക്ഷിക്കുന്നത് കൗതുകകരവും ആനന്ദപ്രദവുമാണ്. സൂര്യകാന്തിപ്പൂവിന്റെ ഇതളുകളുടെ വിന്യാസവും കൈതച്ചക്കയുടെ പുറത്തെ മുള്ളുകളുടെ വിന്യാസവും ചെടികളുടെ ഇലകളുടെ ക്രമീകരണവും ഫിബോനാച്ചി ശ്രേണിയിലെ സംഖ്യകളുമായി ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു. രസകരമായ പല വസ്തുതകളും പ്രകൃതിയിലെ പല കാഴ്ചകളും ഗണിതവുമായി ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നത് നമുക്ക് നിരീക്ഷിക്കാൻ കഴിയും. ജ്യാമിതിയുമായി ബന്ധപ്പെട്ടും കോണുകൾ, സമാന്തരവരകൾ, ഉള്ളളവ്, പരപ്പളവ്, ചുറ്റളവ് മുതലായ ആശയങ്ങൾ പ്രകൃതിയിലെ ഗണിതനിരീക്ഷണങ്ങളിലൂടെ കൂടുതൽ വ്യക്തത വരുത്താൻ കഴിയും.

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ... എന്ന ശ്രേണിയാണ് 'ഫിബോനാച്ചി ശ്രേണി' എന്നറിയപ്പെടുന്നത്. മിക്കവാറും പൂക്കളിൽ ഇതളുകളുടെ എണ്ണം ഈ ശ്രേണിയിലെ സംഖ്യകളാണ്.

പ്രവർത്തനം :

ഗണിത ക്ലബ്ബ് പ്രവർത്തനങ്ങളുടെ ഭാഗമായി ഫീൽഡ് ട്രിപ്പിലൂടെ പ്രകൃതിയിലെ ഗണിതം നിരീക്ഷിക്കുകയും കണ്ടെത്തലുകൾ സെമിനാറായി അവതരിപ്പിക്കുകയും ചെയ്യുക.

പ്രായോഗിക ഗണിതം

ഗണിത ആസ്വാദനതലം ക്ലാസ്മുറിക്ക് പുറത്തും സാധ്യമാവുന്ന പ്രവർത്തനമാണ് പ്രകൃതിയിലെ പ്രതിഭാസങ്ങളെ നിരീക്ഷിക്കലും കണ്ടെത്തലുകളുടെ അവതരണവും. അതേപോലെ ചുറ്റുപാടുമുള്ള മറ്റു പ്രവർത്തനമേഖലകളും പരിശോധിക്കാം.

1. തൊഴിലുകളിലെ ഗണിതം

വിവിധ തൊഴിൽ മേഖലകളിലെ ഗണിതം നേരിട്ട് മനസിലാക്കുന്നതിനും പ്രായോഗിക ഗണിതത്തിന്റെ സാധ്യതകൾ ബോധ്യപ്പെടുന്നതിനും സഹായകമാവും.

ഓരോ പ്രദേശത്തിന്റേയും സാധ്യതക്കനുസരിച്ച് സന്ദർശിക്കാവുന്ന തൊഴിലിടങ്ങൾ

- കച്ചവടം
- ബാങ്കിംഗ്
- പോസ്റ്റോഫീസ് പ്രവർത്തനങ്ങൾ
- മരപ്പണി
- ആഭരണ നിർമാണം
- വസ്ത്രം നെയ്ത്ത്
- സ്റ്റിച്ചിംഗ് /തയ്യൽ
- ബസ് ടിക്കറ്റിങ്ങ്
- ചെരുപ്പ് നിർമാണം
- ടൈൽ പതിക്കൽ
- ഇരുമ്പ്/സ്റ്റീൽ .... ഗ്രിൽ വർക്കുകൾ

2. **നിർമാണപ്രവർത്തനങ്ങൾ**

- കെട്ടിടനിർമാണം
- പ്ലാൻ വരക്കൽ/പരിശോധിക്കൽ
- അസ്ഥിവാരം നിർമിക്കൽ
- കോൺക്രീറ്റ് പണികൾ
- റൂഫ് നിർമാണം
- വാട്ടർ ടാങ്ക്
- ഫ്ളോറിംഗ്, പെയിന്റിംഗ്

3. **കാർഷിക പ്രവർത്തനങ്ങൾ**

- വരിയും നിരയുമായുള്ള കൃഷിരീതികൾ
- പാടങ്ങൾ ക്രമീകരിക്കുന്നത് (പരപ്പളവ്, ചുറ്റളവ്)
- ഭൂവിസ്തൃതിയുടെ അളവുകളായ സെന്റ്, ഏക്കർ, ഹെക്ടർ (ആർ) എന്നിവ പരിചയപ്പെടൽ

പ്രവർത്തനം :

പ്രായോഗിക ഗണിത സന്ദർഭങ്ങൾ ഓരോന്നും നേരിട്ട് നിരീക്ഷിച്ചും പഠനം നടത്തിയും വിശദമായ കണ്ടെത്തലുകൾ റിപ്പോർട്ടുകളോ പ്രോജക്ടുകളോ ആയി ക്ലാസ്സിലെ പൊതുചർച്ചക്ക് വിധേയമാക്കുമല്ലോ. ഇത്തരം പ്രവർത്തനങ്ങളുടെ ശേഖരണങ്ങൾ തയാറാക്കുകയും പ്രൈമറി ക്ലാസിലെ കുട്ടികൾക്ക് പ്രായോഗിക ഗണിതാനുഭവങ്ങൾ നൽകുന്നതിനാവശ്യമായ തന്ത്രങ്ങൾ രൂപീകരിക്കുകയും ചെയ്യുമല്ലോ.

ഗണിതാസ്വാദനത്തിന്റെ കൂടുതൽ സാധ്യതകൾ

ഗണിതാസ്വാദനത്തിന്റെ കൂടുതൽ സാധ്യതകൾ ചുവടെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു. ഓരോന്നും ക്ലാസിൽ ചർച്ച ചെയ്ത് ധാരണ മെച്ചപ്പെടുത്തുമല്ലോ. ഓരോന്നിലും സാധ്യമായ കൂടുതൽ പ്രവർത്തന മാതൃകകൾ വികസിപ്പിക്കുമല്ലോ.

ഗണിതശാസ്ത്രമേള

വർഷത്തിൽ ഒരിക്കലെങ്കിലും ഗണിതശാസ്ത്രമേളകൾ സംഘടിപ്പിക്കേണ്ടതാണ്. എല്ലാ വിദ്യാർത്ഥികൾക്കും പങ്കാളിത്തം ഉണ്ടാകുന്നതരത്തിൽ വ്യത്യസ്ത സാമഗ്രികൾ/ഉല്പന്നങ്ങൾ/ശില്പശാലകൾ/പ്രദർശനങ്ങൾ എന്നിവ ഒരുക്കാവുന്നതാണ്. അധ്യാപകരുടെയും രക്ഷിതാക്കളുടെയും മറ്റു ഗണിത തല്പരരുടെയും സഹകരണം ഗണിതമേളയിൽ ഉറപ്പാക്കേണ്ടതാണ്.

പ്രവർത്തനം :

ഒരു ഗണിതശാസ്ത്രമേള സന്ദർശിച്ച് അവിടെ പ്രദർശിപ്പിച്ചിട്ടുള്ള ഇനങ്ങൾ സംബന്ധിച്ച് ഒരു റിപ്പോർട്ട് തയാറാക്കുക.

ദിനാചരണം

ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞരുടെ ജനന, ചരമ വാർഷികങ്ങൾ, പ്രധാന ഗണിതനേട്ടങ്ങൾ ഇവയുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ ദിനാചരണങ്ങൾ സംഘടിപ്പിക്കാവുന്നതാണ്. അനുസ്മരണങ്ങൾ, സെമിനാറുകൾ, ചർച്ചകൾ, പ്രദർശനങ്ങൾ തുടങ്ങിയ വൈവിധ്യമാർന്ന ഇനങ്ങൾ ദിനാചരണത്തിൽ ഉൾപ്പെടുത്താവുന്ന

താണ്. കൂടാതെ ദേശീയ/അന്തർദേശീയ ഗണിതദിനങ്ങൾ എന്നിവയും ദിനാചരണങ്ങൾക്കും ഗണിതോത്സവങ്ങൾക്കും തെരഞ്ഞെടുക്കാവുന്നതാണ്.

പ്രവർത്തനം :

രാമാനുജൻ ദിനാചരണവുമായി ബന്ധപ്പെടുത്തി ഒരു സെമിനാർ പ്രബന്ധം തയാറാക്കുക.

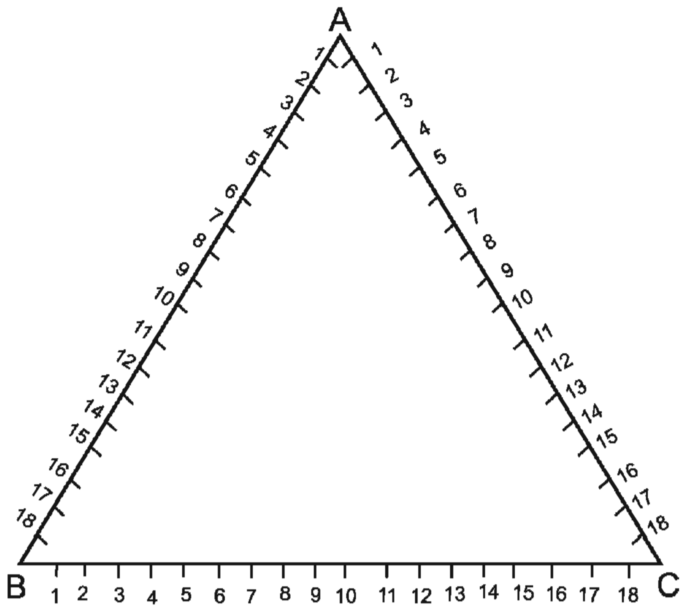
ജ്യാമിതീയ പാറ്റേണുകൾ/ജിയോജിബ്ര

വൈവിധ്യമാർന്ന ജ്യാമിതീയ പാറ്റേണുകൾ തയ്യാറാക്കി ക്ലാസുകളിലും ഗണിതലാബുകളിലും പ്രദർശിപ്പിക്കാം. പാറ്റേൺ പതിപ്പ്, ആൽബം തുടങ്ങിയവും തയ്യാറാക്കാം. ജിയോജിബ്ര പോലുള്ള സോഫ്റ്റ്വെറുകൾ ഉപയോഗിച്ചു പാറ്റേണുകൾ തയ്യാറാക്കാം. ഇവയുടെ പ്രിന്റ്/ഡിജിറ്റൽ സൂക്ഷിപ്പുകളും തയ്യാറാക്കാം.

ജ്യാമിതിയുടെ സൗന്ദര്യം

ചിത്രത്തിൽ AB, BC എന്നീ വശങ്ങളിലൂടെ ഒരേ നമ്പറുകൾ അടയാളപ്പെടുത്തിയ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുക. തുടർന്ന് BC, AC എന്നീ വരകളിലെ തുല്യമായ ബിന്ദുക്കളും യോജിപ്പിക്കുക. മനോഹരമായ രൂപം കിട്ടും. പ്രത്യേകതകൾ കണ്ടെത്തി എഴുതൂ.

ഗണിതബോർഡുകൾ



വിവിധതരം ഗണിത ബോർഡുകൾ ക്ലാസ്മുറിയിലും പുറത്തുമായി സ്ഥാപിക്കാവുന്നതാണ്. ബുള്ളറ്റിൻ ബോർഡ്, ഗണിത നോട്ടീസ് ബോർഡ്, പസിൽ ബോർഡ്, ഡിസ്പ്ലേ ബോർഡ്, ദൈനംദിന ക്വിസ്, ചോദ്യാവലി ബോർഡ് തുടങ്ങിയവ ഇത്തരത്തിൽ ഒരുക്കാം. വിവിധ ബോർഡുകളിൽ അതാത് ദിനവുമായി ബന്ധപ്പെട്ടു അറിയിപ്പുകൾ, പത്രകട്ടിംഗുകൾ പസിലുകൾ, ഗണിത വചനങ്ങൾ, ഗണിത കൗതുകങ്ങൾ തുടങ്ങിയവ പ്രദർശിപ്പിക്കാവുന്നതാണ്.

ഗണിത നിഘണ്ടു

ഗണിതവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പദങ്ങൾ, നിർവചനങ്ങൾ, വിശദീകരണങ്ങൾ, ചിത്രീകരണങ്ങൾ തുടങ്ങിയവ ഗണിത നിഘണ്ടുവിൽ ഉൾപ്പെടുത്താവുന്നതാണ്. ഉൾപ്പെടുത്തിയ ഓരോ ഇനവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട് കേവല നിർവചനങ്ങൾക്കു പുറമെ ചെറു വിശദീകരണങ്ങളും നൽകാവുന്നതാണ്.

അക്ഷരമാലാ ക്രമത്തിലാണ് ഗണിത നിഘണ്ടു ക്രമീകരിക്കേണ്ടത്. ഓരോ വിദ്യാർത്ഥിയ്ക്കും ഓരോ ഗണിത നിഘണ്ടു തയ്യാറാക്കുന്ന തരത്തിൽ അനുയോജ്യമായ തന്ത്രങ്ങൾ ക്ലാസിൽ സ്വീകരിക്കണം.

ഗണിത പ്രോജക്ട്

ഒരു ബോധനരീതിയായും ബോധനതന്ത്രമായും ഉപയോഗിക്കാവുന്ന ഒന്നാണ് ഗണിത പ്രോജക്ടുകൾ. ഗണിതത്തിൽ താല്പര്യം ഉണ്ടാക്കാവുന്ന തരത്തിൽ അനുയോജ്യമായ പ്രോജക്ടുകൾ കണ്ടെത്തി ചെയ്യാവുന്നതാണ്. വിവിധ ശേഖരങ്ങൾ, ലാബുകൾ, പതിപ്പുകൾ തുടങ്ങിയ പ്രോജക്ടുകളുമായി ചെയ്യാവുന്നതാണ്. പ്രായോഗികതക്കും ഗണിതാസ്വാദനത്തിനും യോജിച്ചതാവണം തെരഞ്ഞെടുക്കുന്ന പ്രോജക്ടുകൾ.

ഗണിതനാടകം/പാവനാടകം

ഗണിതം ആശയസംവേദനത്തിനുള്ള നല്ല ഒരു ടൂൾ കൂടിയാണല്ലോ. ആ അർത്ഥത്തിൽ സമൂഹത്തെ ബോധവൽക്കരിക്കാൻ ഗണിതനാടകങ്ങൾ ഉപയോഗപ്പെടുത്താം.

ഉദാ: പലിശയുടെ ദൂഷ്യവശങ്ങൾ

പലിശയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ആശയങ്ങൾ ഉപയോഗപ്പെടുത്തി സ്വകാര്യ പണമിടപാടു സ്ഥാപനങ്ങളും മറ്റും പരസ്യങ്ങളിലൂടെ ജനങ്ങളെ കബളിപ്പിക്കുന്നത് തുറന്ന് കാണിക്കാൻ നാടകത്തിന്റെ സാധ്യത ഉപയോഗിക്കാം.

അതേപോലെ അംശബന്ധം എന്ന ആശയം ഉപയോഗിച്ച് നിർമ്മാണത്തിൽ കൃത്യമായ അംശബന്ധത്തിൽ ചേരുവകൾ ചേർത്തില്ലെങ്കിൽ സംഭവിക്കുന്ന പ്രശ്നങ്ങൾ നാടകീകരിക്കാം.

- ഉചിതമായ വിഷയം തെരഞ്ഞെടുക്കൽ
- സ്ക്രിപ്റ്റ് തയ്യാറാക്കൽ
- സാമഗ്രികൾ ഒരുക്കൽ
- അനുയോജ്യമായ റോൾ നിശ്ചയിക്കൽ
- പൊതുജനസമക്ഷം അവതരണം CPTA, PTA, SMC etc.

ഇത്തരത്തിൽ നാടകീകരണ സാധ്യതകളുള്ള പാഠഭാഗങ്ങൾ കണ്ടെത്തി സ്ക്രിപ്റ്റ് തയ്യാറാക്കി നോക്കൂ.

ഗണിത ഡയറി

ഗണിതപഠനം അർത്ഥവത്താകുന്നത് പ്രായോഗിക ജീവിത അനുഭവത്തിലൂടെ പഠനം നടക്കുമ്പോഴാണല്ലോ.

ക്ലാസ് മുറിയിൽ പഠിക്കുന്ന ഗണിതം ഓരോ ദിവസവും വ്യത്യസ്തതരത്തിൽ ജീവിതത്തിൽ പ്രയോഗിക്കുന്നവരാണല്ലോ നാമോരോരുത്തരും. ഗണിത ഡയറി തയ്യാറാക്കുന്ന ശീലം കുട്ടികളിലുണ്ടായാൽ അവർക്ക് പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ രൂപീകരിക്കാനും അതുവഴി അവ നിർദ്ധാരണം ചെയ്യാനും എളുപ്പത്തിൽ സാധിക്കും.

- കടയിൽ പോകുമ്പോൾ
- യാത്രയിൽ
- വിവാഹം/ആഘോഷങ്ങളിലേർപ്പെടുമ്പോൾ
- അടുക്കളയിലെ ഗണിതം
- വീടുപണി

- വരവ് ചെലവ്
- കറണ്ട്ബിൽ
- ഫോൺ, റീചാർജ്
- വസ്ത്രം വാങ്ങൽ, തയ്യൽ
- സമയം
-
-
-
-

തുടങ്ങി ഏത് അനുഭവങ്ങളും ഗണിത ഡയറിയിലുൾപ്പെടുത്താം.

ബാല (BALA)

Building As Learning Aid

ഗണിതവൽക്കരണത്തിനും ഗണിതാശയ സ്വാംശീകരണത്തിനും BALA സാധ്യതകൾ പ്രയോജന പ്പെടുത്താവുന്നതാണ്.

വിദ്യാലയം, കെട്ടിടം, ക്ലാസ്മുറി, ചുമരുകൾ, വാതിലുകൾ, ജനലുകൾ, ചുറ്റുപാടുകൾ, കോണിപ്പടി എല്ലാം Learning Aid ആയി മാറുന്നത് ഗണിതാന്തരീക്ഷം ഉണ്ടാക്കുന്നതിനും ഗണിതം പ്രയോഗിച്ച് പഠിക്കുന്നതിനും സഹായകമാണ്.

ഉദാ: ക്ലാസ്മുറിയിലെ വാതിൽ തുറക്കുന്നിടത്ത് പ്രൊട്രാക്ടർ വരച്ച് കോണളവ് പരിശോധിക്കാം. കോണിപ്പടിയിൽ നമ്പറുകൾ, തറയുടെ നീളം മീറ്ററിലും, സെന്റീമീറ്ററിലും രേഖപ്പെടുത്താം. ഉയരം അളക്കാനും ഭാരം നോക്കാനും ക്രമീകരണമുണ്ടാക്കാം. കളിബോർഡുകൾ, ചെസ് ബോർഡ് എന്നിവ തയ്യാറാക്കാം.

BALA സാധ്യതകൾ രൂപകല്പന ചെയ്ത് പതിപ്പ് തയ്യാറാക്കുക. ഫലപ്രദമായി 'BALA' നടപ്പിലാക്കിയ വിദ്യാലയങ്ങളുടെ ചിത്രങ്ങൾ internet ൽ നിന്നും ശേഖരി ക്കു. ഓരോരുത്തരും ഒരിനമെങ്കിലും ട്രൈഔട്ട് വേളകളിലോ Internship വേളക ളിലോ പ്രാവർത്തികമാക്കണം.

പ്രവർത്തനങ്ങൾ

- ഗണിതപഠനത്തിൽ ഗണിതക്ലബ്ബ്, ഗണിതലൈബ്രറി എന്നിവയുടെ സ്ഥാനം,
- ഗണിതലാബിനെ ഫലപ്രദമായ ഗണിതപഠനത്തിനും ഗണിതാസ്വാദനത്തിനും ഉപയോഗപ്പെടു ത്തുന്നവിധം,
- പസിലുകൾ, കളികൾ തുടങ്ങിയ സങ്കേതങ്ങളെ ഗണിതത്തിൽ ഉൾച്ചേർക്കുന്നതിന്റെ ആവശ്യ കത,
- ഗണിതാസ്വാദനത്തിന്റെ വിവിധ സാധ്യതകൾ ഉപയോഗപ്പെടുത്തുന്നത്, എന്നിവയ്ക്ക് ഉദാഹര ണങ്ങളെടുത്ത് പ്രവർത്തന പാക്കേജ് തയാറാക്കുക.